Univerzita Karlova v Praze

Přírodovědecká fakulta

katedra sociální geografie a regionálního rozvoje

Gabriela Leipertová

MATEMATICKÉ DOVEDNOSTI APLIKOVANÉ VE VÝUCE KARTOGRAFIE NA GYMNÁZIU

–

Mathematical skills applied to teaching of cartography at high school

Bakalářská práce

Praha 2010

Vedoucí bakalářské práce: Mgr. Pavlína Netrdová

Na tomto místě bych ráda poděkovala Mgr. Pavlíně Netrdové za odborné vedení, cenné rady a užitečné připomínky, které mi byly poskytnuty během zpracování mé bakalářské práce.

Prohlašuji tímto, že jsem zadanou bakalářskou práci vypracovala pod odborným vedením Mgr. Pavlíny Netrdové samostatně a uvedla jsem veškerou použitou literaturu a další prameny, ze kterých jsem čerpala.

Svoluji k zapůjčení této práce pro studijní účely a souhlasím s tím, aby byla řádně vedena v evidenci vypůjčovatelů.

V Praze dne

……………………………………………

Gabriela Leipertová

Obsah

Seznam obrázků

Seznam tabulek

Seznam zkratek

ČGS	Česká geografická společnost
RVP G	Rámcový vzdělávací program pro gymnázia
RVP GV	Rámcový vzdělávací program pro gymnazijní vzdělávání
RVP PV	Rámcový vzdělávací program pro předškolní vzdělávání
RVP SOV	Rámcový vzdělávací program pro střední odborné vzdělávání
RVP ZV	Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání
SPN	Státní pedagogické nakladatelství

Abstrakt

LEIPERTOVÁ, G. (2010): Aplikace matematických dovedností při výuce kartografie na gymnáziu. Katedra sociální geografie a regionálního rozvoje, Univerzita Karlova v Praze.

Předložená bakalářská práce je zaměřena na aplikaci matematických dovedností při výuce kartografie na gymnáziu. Zabývá se postavením a mezioborovým vztahem kartografie a matematiky v kurikulárních dokumentech. Obsahová analýza vybraných učebnic zeměpisu hodnotí vazby kartografie a matematiky na základě výskytu požadovaného učiva, jeho kvality a množství praktických příkladů. Dále jsou vymezeny a podrobněji specifikovány kapitoly z geografické a tematické kartografie, ve kterých se aplikují matematické dovednosti. Součástí práce je také sbírka kartografických úloh, při jejichž řešení je potřeba matematických dovedností.

Abstract

LEIPERTOVÁ, G. (2010): Mathematical skills applied to teaching of cartography at high school. Department of Social Geography and Regional Development, Charles University in Prague.

The present bachelor thesis focuses on application of mathematical skills in the teaching of cartography at high school. It is concerned with the role of and interdisciplinary relations between cartography and mathematics in the curriculum. The content analysis of the chosen textbooks evaluates the relations between cartography and mathematics on the basis of presence of required subject matter, its quality and the amount of practical examples. Furthermore, chapters of geographic and thematic cartography, where mathematical knowledge is applied, are defined and specified in details. The last part of the bachelor thesis deals with cartographic exercises, whose solutions require mathematical skills.

1 Úvod

Počátky kartografie sahají do období paleolitu, kdy vznikaly první mapy na plochých kostech, skalních stěnách či hliněných destičkách. Ohromný rozkvět kartografie nastává ve starověkém Řecku. V této době začíná do kartografie pronikat matematika. Ze starověkého Řecka pochází jedno z nejstarších kartografických zobrazení – gnómonický průmět, jehož autorem byl Thalés z Milétu (Čapek 1992). Aristotelův žák Dikaiarchos z Messény zase poprvé v mapách použil souřadnicový systém. Dalším významným kartografem byl Eratosthenés z Kyrény, zakladatel matematické geografie, který pomocí úhlové metody měření poměrně přesně určil obvod Země (Drápela 2005). Současná kartografie má díky novým poznatkům o Zemi a moderním technologiím docela jinou tvář. Ale i v dnešní době potřebujeme k jejímu studiu znalosti a dovednosti z oblasti matematiky, abychom byli schopní vypočítat měřítko mapy, zkonstruovat zeměpisnou síť daného kartografického zobrazení nebo zpracovat statistická data a vytvořit kartodiagram.

Také matematika je velmi stará vědní disciplína, která vznikla k praktickým potřebám člověka. Lidé potřebovali matematické výpočty při obchodování, ve stavebnictví či při měření času, ale i k určení obvodu Země či rovnic pro kartografická zobrazení. Dnes má matematika mnohem abstraktnější podobu, a tak se velmi často stává, že se žáci ptají svých učitelů na praktické využití matematických dovedností. Touto problematikou se zabývá tzv. aplikovaná matematika, která využívá matematických algoritmů, metod a postupů k řešení praktických úloh z jiných oblastí vědy. Takových oblastí, ve kterých se dá matematika aplikovat, je mnoho. S aplikovanými matematickými dovednostmi se nejčastěji můžeme setkat ve fyzice (např. výpočet fyzikálních veličin). Důležité aplikace lze však nalézt i v jiných přírodních vědách, včetně kartografie.

Jako budoucího učitele matematiky a zeměpisu mě zajímalo, jak jednou budu moci aplikovat matematické dovednosti při výuce zeměpisu. Matematika nachází uplatnění v různých tematických celcích zeměpisu jako např. Planeta Země či Geografie obyvatelstva. Ve své práci se budu podrobněji věnovat tematickému celku Kartografie. Ze své vlastní zkušenosti ze střední školy vím, že právě tomuto okruhu nebývá v hodinách zeměpisu věnována taková pozornost, jakou by si zasloužil mít. V Katalogu požadavků[1] platného od školního roku 2010/2011 je přiděleno v maturitním testu tematickému okruhu Kartografie, geografické informace a zdroje dat procentuální zastoupení 15 - 20 %. Košíková (2008) tvrdí, že „dle názoru řady učitelů se ve skutečnosti vyučuje kartografie mnohem méně a počet hodin se odvíjí především od vztahu učitele k dané látce“ (Košíková 2008, s. 8). Přitom zařazení kartografie do výuky má své opodstatnění, protože se v dnešním světě bez map neobejdeme. S mapami se setkáváme ve vědě a výzkumu, v hospodářství, ve školství, v médiích i v praktickém životě (Semotanová 2003). Jsou pro nás nezastupitelným zdrojem prostorových informací, které lze získat rychle a přesně. Proto je velice důležité, aby se žáci naučili s mapami pracovat a aby věděli, jak mapy vznikají, a případně uměli sami sestavit jednoduché tematické mapy pro daný účel.

Hlavním cílem mé práce je analyzovat vztah geografie, přesněji jednoho z jejích tematických celků – kartografie, a matematiky, jako školních předmětů, a to v několika rovinách. Jednak v kurikulární rovině na základě Rámcového vzdělávacího programu a dále na základě učebnic jakožto důležité pomůcky při vyučování. Identifikace konkrétních vazeb mezi matematikou a kartografií, resp. možností aplikace matematických dovedností při výuce kartografie, bude provedena na základě podrobné analýzy kartografického učiva. Dílčím cílem mé práce je také vytvořit podkladový materiál pro výuku kartografie na gymnáziích, který bude představovat ukázková sbírka úloh. Tato sbírka by mohla sloužit nejenom v hodinách zeměpisu k procvičování kartografického učiva, ale i v hodinách matematiky jako ukázka praktických aplikací matematiky v reálném životě.

Uvedeným cílům bude odpovídat struktura celé práce. V první části se budu zabývat systémem kurikulárních dokumentů, vzděláváním na gymnáziích, postavením a vzájemnými vazbami zeměpisu a matematiky v Rámcovém vzdělávacím programu. Další část věnuji analýze vybraných učebnic zeměpisu pro střední školy po obsahové stránce z hlediska vazeb matematiky a zeměpisu. Podrobnými analýzami učebnic ze zeměpisu se zabývají např. R. Košíková (2008) či E. Janoušková (2008). Nejrozsáhlejší část mé práce bude představovat analýza vybraných kapitol z kartografie z hlediska propojení s matematickými dovednostmi doplněná vzorovými příklady.

[1] Katalog požadavků zkoušek společné části maturitní zkoušky ze zkušebního předmětu zeměpis

Vycházet budu zejména z vysokoškolských učebnic geografické a tematické kartografie a látku, která je zde vysvětlována na vysokoškolské úrovni a do větších podrobností, uzpůsobím potřebám střední školy. Na tuto část pak navážu sbírkou nápaditých kartografických úloh, při jejichž řešení se uplatňují matematické dovednosti.

2 Kartografie a matematika v kurikulárních dokumentech

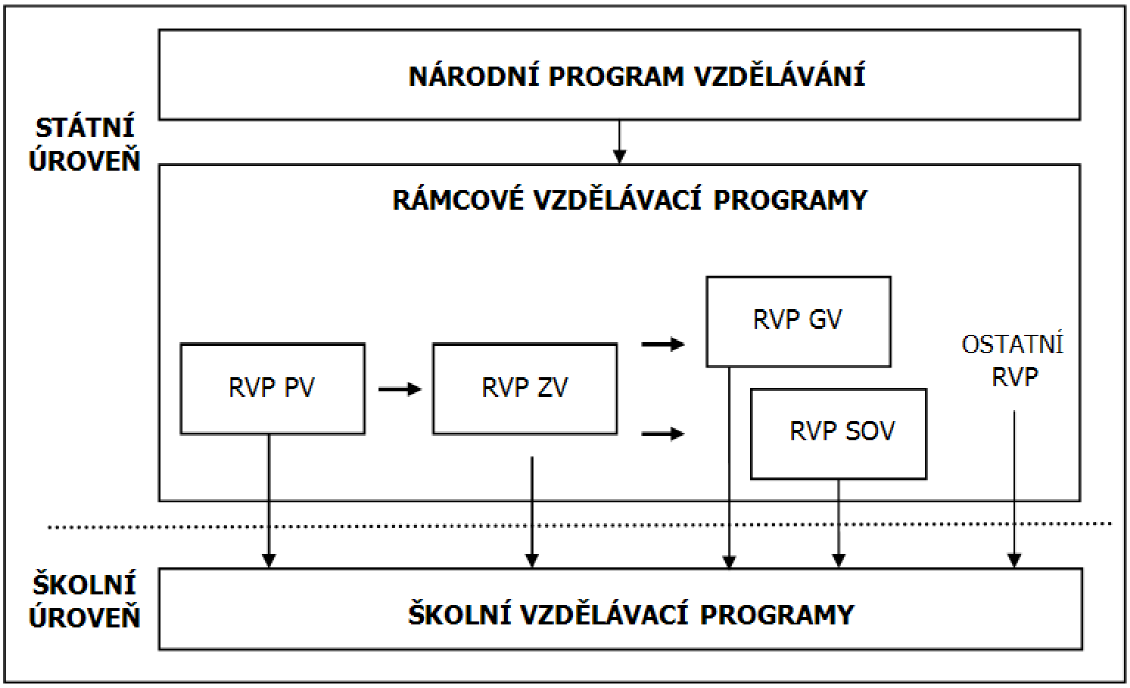
2.1 Systém kurikulárních dokumentů

V roce 2001 vznikl pod záštitou Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy tzv. Národní program rozvoje vzdělávání v České republice. Jedná se o novou vládní strategii, též známou jako Bílá kniha, která formuluje koncepci, cíle a obsah vzdělávání. Zahrnuje celou vzdělávací soustavu. Tedy vzdělávání předškolní, základní, střední, terciární (vysokoškolské a vyšší odborné) a vzdělávání dospělých. V souladu s ní byl do vzdělávací soustavy České republiky v roce 2004 zaveden systém kurikulárních dokumentů (viz obrázek 1). Tento systém se vztahuje na vzdělávání žáků od 3 do 19 let a dělí se na dvě úrovně – státní a školní (RVP G, 2007, s. 5).

Do státní úrovně řadíme Národní program vzdělávání a rámcové vzdělávací programy. Tyto dokumenty jsou závazné pro všechny stupně vzdělávání. Národní program vzdělávání je nejvyšší kurikulární dokument, který vymezuje vzdělávání jako celek (RVP G, 2007, s. 5). Rámcové vzdělávací programy existují pouze pro jednotlivé úrovně vzdělávání – pro předškolní, základní, gymnaziální a střední odborné. Zdůrazňují klíčové kompetence, jejich provázanost se vzdělávacím obsahem a uplatnění získaných vědomostí a dovedností v praktickém životě a formulují očekávanou úroveň vzdělání stanovenou pro všechny absolventy jednotlivých etap vzdělávání (RVP G, 2007, s. 6).

Školní úroveň kurikulárních dokumentů má podobu školních vzdělávacích programů, které si sestavují jednotlivé školy samy v souladu s rámcovým vzdělávacím programem. Ve školních vzdělávacích programech se vytváří systém předmětů a učební plán, který přiřadí vyučovacím předmětům v jednotlivých ročnících určitou časovou dotaci. Vzhledem k tomu, že se ve své práci zaměřuji pouze na taková témata z oblasti kartografie, která nepřesahují rámec běžných vyučovacích hodin zeměpisu, nebudu se dále školními vzdělávacími programy zabývat a vazby matematiky a kartografie budu sledovat na úrovni rámcového vzdělávacího programu.

Obrázek 1: Systém kurikulárních dokumentů



Zdroj: RVP G, 2007

Gymnazijní vzdělávání je realizováno na čtyřletých nebo na víceletých (šestiletých či osmiletých) gymnáziích. Vzdělávání na nižším stupni víceletých gymnázií spadá do Rámcového vzdělávacího programu pro základní školy, protože žáci v rámci něj dokončují 2. stupeň základní školy a s ním i povinnou školní docházku. Vzdělávání na čtyřletých gymnáziích a vyšším stupni víceletých gymnázií se řídí Rámcovým vzdělávacím programem pro gymnázia a je ukončeno maturitní zkouškou.

Cílem gymnazijního vzdělávání je podle rámcového vzdělávacího programu vybavit žáky klíčovými kompetencemi (k učení, k řešení problémů, občanskými, sociálními a personálními, komunikativními a k podnikavosti), poskytnout jim široký vzdělanostní základ na středoškolské úrovni a připravit je ke studiu na vysokých školách či jiných institucích terciárního vzdělávání. (RVP G, 2007, s. 12).

2.2 Vazby kartografie a matematiky v kurikulárních dokumentech

Vzdělávací obsah (tedy učivo a očekávané výstupy) je v každém rámcovém vzdělávacím programu rozdělen do určitých vzdělávacích oblastí. Jednotlivé vzdělávací oblasti pak obsahují jeden nebo více vzdělávacích oborů.

Kartografie je součástí vzdělávacího oboru Zeměpis (Geografie). Zeměpis sice stojí na pomezí společenskovědním a přírodovědným, ale pro zachování celistvosti oboru byl jak v RVP ZV, tak v RVP G zařazen pouze do oblasti Člověk a příroda. Vzdělávací obsah tohoto oboru je vždy rozdělen do několika tematických okruhů. Kartografie spadá v RVP ZV do tematického okruhu Geografické informace, zdroje dat, kartografie a topografie a v RVP G do tematického okruhu Geografické informace a terénní vyučování.

Matematiku najdeme v rámcových vzdělávacích programech pod názvem Matematika a její aplikace. Matematika a její aplikace tvoří jediný vzdělávací obor stejnojmenné vzdělávací oblasti.

Jak už bylo řečeno, rámcový vzdělávací program vymezuje určité vzdělávací oblasti a v rámci nich vzdělávací obory. Na základě tohoto vymezení si pak každá škola stanoví vlastní systém vyučovacích předmětů. Neznamená to ovšem, že má v praxi docházet k izolovanosti jednotlivých předmětů. Právě naopak. Takovým vztahům, kdy dochází k propojování obsahů předmětů, a to nejenom v rámci jedné vzdělávací oblasti, se říká mezipředmětové vztahy.

Uvědomovat si mezipředmětové vztahy znamená uvědomovat si souvislosti mezi obsahem jednotlivých předmětů. Tradičně dochází k propojování obsahu předmětu zeměpis s jinými přírodovědnými předměty a matematikou (Kühnlová 1999). Žáci ze začátku tyto souvislosti nevidí a je potřeba, aby jim je učitel ukazoval, dokud se nenaučí samostatně vytvářet syntézu svého vědění (toho by měli dosáhnout na středoškolské úrovni vzdělávání). Tím se zamezí situacím, kdy žáci nedokážou využít vědomostí, kterých nabyli v hodinách zeměpisu, v hodinách jiných vyučovacích předmětů. A naopak.

Rámcové vzdělávací programy předpokládají existenci mezipředmětových vztahů. To je zřejmé z výběru a uspořádání učiva, které musí být zkoordinováno tak, aby na sebe obsahově i časově navazovalo. Ovšem konkrétně se v nich o vztahu matematiky a kartografie nepíše. Ve vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace se můžeme dočíst, že jedním z cílů této oblasti je „pochopení vzájemných vztahů a vazeb mezi okruhy učiva a aplikace matematických poznatků v dalších vzdělávacích oblastech" (RVP G, 2007, s. 22). Žáci by měli během studia zjistit, že „matematika nachází uplatnění v mnoha oborech lidské činnosti" (RVP G, 2007, s. 22), a „schopnost aplikace matematických dovedností v různých oblastech dále pěstovat" (RVP G, 2007, s. 22). Tedy i v kartografii.

Geografie, zvláště pak kartografie se bez matematiky neobejde. K tomu, aby bylo možné probírat v geografii učivo příslušející tematickému celku kartografie a dosáhnout tím očekávaných výstupů, je potřeba mít odpovídající základnu matematických dovedností. Neboť velká část kartografie je založená právě na matematických vztazích a výpočtech. V kartografii se dokonce vyčleňuje tzv. matematická kartografie, jejímž hlavním úkolem je pomocí matematicky definovaných vztahů každému bodu na zemském povrchu jednoznačně přiřadit odpovídající bod na mapě.

Učitel by měl mít přehled o vzdělávacím obsahu nejenom svých předmětů, ale i předmětů, které vyučují jeho kolegové. Konkrétně učitel geografie by měl vědět, jestli jsou matematické dovednosti jeho žáků dostatečné, když se chystá při výuce kartografie počítat příklady. Velkou výhodu mají v tom případě učitelé s aprobací geografie – matematika.

Abych mohla lépe zhodnotit vazby kartografie a matematiky, zaměřila jsem se na učivo, které je v rámcových vzdělávacích programech vymezeno kartografii a matematice. Protože je má práce zaměřena na výuku kartografie na gymnáziu, omezila jsem se pouze na Rámcový vzdělávací program pro gymnázia. Tabulka 1 uvádí učivo spadající do tematického okruhu Geografické informace a terénní vyučování. Učivo, ve kterém se mohou aplikovat matematické dovednosti, je zvýrazněno tučně.

Tabulka 1: Geografické informace a terénní vyučování

Geografické informace a terénní vyučování	**Učivo**
geografická kartografie a topografie	**praktické aplikace s kartografickými produkty,** **s mapami různých funkcí, s kartogramy**
geografický a kartografický vyjadřovací jazyk	obecně používané pojmy kartografické znaky vysvětlivky **statistická data** **ostatní informační, komunikační** **a dokumentační zdroje dat pro geografii**
geografické informační a navigační systémy	geografický informační systém (GIS) dálkový průzkum Země (DPZ) praktické využití GIS, DPZ a satelitních navigačních přístrojů GPS (globální polohový systém)
terénní geografická výuka, praxe a aplikace	geografické exkurze a terénní cvičení **praktická topografie** orientace bezpečnost pohybu a pobytu v terénu postupy při pozorování, zobrazování a hodnocení přírodních a společenských prvků krajiny a jejich interakce

Zdroj: RVP G, 2007, s. 36 – 37

Z tabulky je vidět, že kartografie se neobejde bez matematiky v případech, když se jedná o práci s mapou či jinými kartografickými produkty, na kterých se zjišťují měřítka, měří a počítají vzdálenosti, plochy a úhly, nebo když se pracuje se statistickým souborem dat, který je potřeba nějakým způsobem zpracovat, vyhodnotit, porovnat s jiným souborem dat, a z tohoto souboru popř. vytvořit nějaké kartografické dílo.

Matematika a kartografie musí být časově zkoordinovány tak, aby v okamžiku, kdy dojde na výpočty v kartografii, již žáci ovládali všechny požadované matematické dovednosti. Vzhledem k tomu, že je kartografie na gymnáziích zařazována především do prvního ročníku, matematické dovednosti, kterých je potřeba v kartografických výpočtech, nepřesahují rámec základní školy. Tzn., že středoškolská kartografie spíše kooperuje s matematikou probíranou na základní škole, než s matematikou na gymnáziích. Zaměřila jsem se proto na učivo, které je matematice vymezeno pro 2. stupeň základní školy (resp. pro nižší gymnázia). Učivo, které je možné aplikovat při výuce kartografie, jsem zvýraznila tučně (viz tabulka 2).

Tabulka 2: Matematika a její aplikace v RVP ZV

Tematický okruh	**Učivo**
Číslo a proměnná	dělitelnost přirozených čísel celá čísla **desetinná čísla** **zlomky** **poměr** **procenta** **mocniny a odmocniny** **výrazy** **rovnice**
Závislosti, vztahy a práce s daty	**závislosti a data** **funkce**
Geometrie v rovině a v prostoru	**rovinné útvary** **metrické vlastnosti v rovině** **prostorové útvary** konstrukční úlohy
Nestandardní aplikační úlohy a problémy	číselné a logické řady číselné a obrázkové analogie logické a netradiční geometrické úlohy

Zdroj: RVP ZV, 2007, s. 32 - 33

Z tabulky je patrné, že kartografie využívá téměř všechny matematické dovednosti, které si žáci osvojí na 2. stupni základní školy. Propojení kartografie a matematiky je tedy opravdu velké. Některé úlohy z kartografie by se daly v hodinách matematiky využít jako úlohy aplikační. Např. výpočet měřítka, měření a výpočet plocha a úhlů na mapě, zpracování statistických dat, sestavení diagramu.

Vazby kartografie a matematiky jsou oboustranné. Na jedné straně kartografie využívá matematických dovedností při výpočtu kartografických úloh. Na druhé straně můžeme některé kartografické úlohy zařadit do výuky matematiky, aby matematika nezůstala pouze abstraktní vědou, ale aby bylo vidět, že existují i konkrétní oblasti, ve kterých matematika nachází praktické uplatnění.

3 Analýza vybraných učebnic z hlediska vazeb kartografie a matematiky

3.1 Učebnice zeměpisu jako prostředek vzdělávání

Učebnice jsou důležitým didaktickým prostředkem pro učitele a zdrojem poznatků pro žáky. Učitelům slouží jako základní pilíř přípravy a organizace výuky a žákům pomáhají při procvičování, opakování a upevňování znalostí (Janoušková 2008).

Učebnice jsou nezávaznými kurikulárními dokumenty, a jestli se při výuce budou používat nebo nebudou, záleží na samotném učiteli. Někteří učitelé využívají při hodinách učebnice velmi často, někteří zase čerpají výhradně ze svých materiálů, které pak poskytnou i žákům. Důvodem jejich počínání může být skutečnost, že obsah učebnic zeměpisu velice rychle zastarává. Vzhledem k tomu, že na střední škole již není povinností ředitele podle školského zákona[2] zajišťovat učebnice pro všechny žáky, jako je tomu na základních školách, musí si žáci podle doporučení jejich vyučujících pořizovat učebnice ze svých nákladů sami. Český trh nabízí poměrně velké množství učebnic zeměpisu od různých nakladatelství. Většina učebnic je součástí ucelených řad. Jednotlivé díly vycházejí už ne podle věku žáků, jak tomu je u učebnic pro základní školy (např. Zeměpis pro 6. ročník základní školy a primu víceletého gymnázia), ale podle tematického zaměření (viz tabulka 3). Vedle toho se můžeme setkat s různými souhrny veškerého učiva zeměpisu či vypracovanými maturitními otázkami.

Učebnice zeměpisu pro střední školy mají většinu znaků společných s učebnicemi ostatních předmětů. Schvaluje je Ministerstvo školství, tělovýchovy a mládeže. Dbá se především na celkový soulad učebnice s kurikulárními dokumenty, na odbornou správnost, na přiměřenost učebnice věku a dosaženým kompetencím žáků, metodickému a didaktickému zpracování a na didaktickou vybavenost učebnic (Janoušková 2008). I přes tyto společné znaky je každá učebnice jiná. Záleží vždy na autorech, co považují za důležité a do jaké míry se rozhodnou rozpracovávat určité téma.

[2] Úplné znění školského zákona. MŠMT ČR. Praha 2008, 80 s.

3.2 Vazby kartografie a matematiky v učebnicích zeměpisu

Pro zjištění vazeb mezi kartografií a matematikou jsem po obsahové stránce analyzovala soubor učebnic. Vybrané učebnice uvádím v tabulce 3. Záměrně jsem zvolila takový vzorek učebnic, aby v něm byly:

- učebnice od různých nakladatelství,
- učebnice starší i nové [3],
- učebnice, které jsou součástí vícedílných řad,
- souhrny veškerého učiva ze zeměpisu,
- vypracované maturitní otázky.

Tabulka 3: Vzorek středoškolských učebnic zeměpisu

	Autor	**Název**	**Nakladatelství**	**Místo vydání**	**Rok vydání**	**Počet stran**
1	Mičian	Zeměpis pro 1. ročník gymnázií	SPN	Praha	1984	296
2	Gardavský	Zeměpis pro 2. ročník gymnázií	SPN	Praha	1985	192
3	Demek, Voženílek, Vysoudil	Geografie pro střední školy I - Fyzickogeografická část	SPN	Praha	1997	96
4	Jánský a kol.	Země – úvod do geografie	ČGS	Praha	1997	64
5	Kašparovský	Zeměpis I v kostce: pro střední školy	Fragment	Praha	1999	139
6	Bičík, Jánský a kol.	Příroda a lidé Země: učebnice zeměpisu pro střední školy	ČGS	Praha	2001	136
7	Smolová	Zeměpis na dlani	Rubico	Olomouc	2003	124
8	Karas, Hanák	Maturitní otázky ze zeměpisu	Tutor	Praha	2006	216

Zdroj: vlastní tvorba

[3] Porovnávat starší a novější učebnice jsem si mohla dovolit z toho důvodu, že kartografie patří mezi tematické celky, které nepodléhají času.

3.2.1 Metodika analýzy vybraných učebnic

Ve vybraných učebnicích jsem sledovala zastoupení učiva, v němž se aplikují matematické dovednosti (viz tabulka 4). Zaměřila jsem se pouze na to učivo, kterému se budu dále podrobněji věnovat v kapitole 4 – Možnosti aplikace matematických dovedností při výuce kartografie. Sestavila jsem tabulku, která navazuje na tabulku 3. Místo názvů učebnic jsem použila čísla. Ta odpovídají číslům přiděleným jednotlivým učebnicím v tabulce 3.

Tabulka 4: Srovnání výskytu učiva ve vybraných učebnicích

	Učebnice								
Učivo	1	2	3	4	5	6	7	8	**Četnost výskytu**
Měřítko mapy	ano	ne	ano	ano	ano	ano	ano	ano	7
Měřítko glóbu	ano	ne	ano	ano	ano	ano	ne	ano	6
Zeměpisné souřadnice	ano	ne	ne	ano	ano	ano	ne	ne	5
Měření délek	ne	ano	ne	ano	ne	ano	ne	ne	3
Měření ploch	ne	ano	ne	ano	ne	ano	ne	ne	3
Měření úhlů	ne	ano	ne	ne	ne	ne	ne	ne	1
Kartogramy	ne	ano	ano	ano	ano	ano	ano	ano	7
Kartodiagramy	ne	ano	ano	ano	ano	ano	ano	ano	7
Kartografická anamorfóza	ne	ne	ne	ano	ne	ano	ne	ne	2
Četnost výskytu	3	5	4	8	5	8	3	4	

Zdroj: vlastní tvorba

Poznámka: „ano“ znamená, že učivo je v učebnicích zastoupeno, „ne“, že v učebnicích učivo zastoupeno není. Pro přehlednost jsou políčka s „ano“ vybarvena šedě.

Vedle samotného výskytu daného učiva jsem sledovala i to, jaká pozornost je mu věnována ze strany samotných autorů, do jaké míry se jím zabývají a jak ho dokážou vysvětlit. V poslední řadě jsem se zaměřila na to, jestli je uvedené učivo doplněno praktickými příklady, které jsou nejlepší ukázkou aplikací matematických dovedností.

3.2.2 Výsledky analýzy vybraných učebnic

Téměř ve všech učebnicích najdeme měřítko na mapě a glóbu, kartogramy a kartodiagramy. Zeměpisné souřadnice se v některých publikacích nevyskytují, protože se předpokládá, že by je žáci měli znát ze základní školy. Měření na mapách se v požadovaném rozsahu věnuje pouze učebnice Zeměpis pro 2. ročník gymnázií. O měření délek a ploch se lze dočíst v učebnicích Země – úvod do geografie a Příroda a lidé Země: učebnice zeměpisu pro střední školy. Kartografická anamorfóza je zřejmě považována za rozšiřující učivo, proto se vyskytuje pouze ve dvou učebnicích.

Podle výsledků z tabulky nejlépe dopadly učebnice Země – úvod do geografie a Příroda a lidé Země: učebnice zeměpisu pro střední školy. Nejhůře z pohledu požadovaného učiva (bereme-li učebnice Zeměpis pro 1. ročník gymnázií a Zeměpis pro 2. ročník gymnázií jako celek), skončila učebnice Zeměpis na dlani.

Učebnice Zeměpis pro 1. ročník gymnázií a Zeměpis pro 2. ročník gymnázií tvoří dvoudílnou řadu. Jsou to starší učebnice z let 1984 a 1985 od SPN, které již dnes nejsou běžně k dostání. Tematický celek kartografie je zařazen jak do prvního (rozsah 10 stran), tak do druhého dílu (rozsah 26 stran). Dnes se kartografie vyučuje především v 1. ročníku čtyřletých gymnázií nebo v odpovídajících ročnících víceletých gymnázií, takže by rozdělení učiva do dvou ročníků neodpovídalo představě učitelů. Jinak se ale jedná o učebnice velice kvalitní, ze kterých by se dalo při hodinách zeměpisu hodně čerpat. Pokud budeme brát tyto učebnice jako jeden celek, nachází se v nich téměř všechno požadované učivo (s výjimkou kartografické anamorfózy a souřadnicových systémů). Učivo je velice dobře vysvětleno a doplněno cvičením s řadou příkladů.

Učebnice Geografie pro střední školy I - Fyzickogeografická část je učebnice novější (z roku 1997), což je vidět i na její grafické úpravě. Tuto učebnici vydalo nakladatelství SPN a tvoří první díl z dvoudílné sady učebnic vytvořené především pro gymnázia. Je velice přehledná, plná obrázků, které doplňují dobře vysvětlené učivo, a nechybí zde ani cvičení na zopakování látky. Kartografii najdeme na 14 stranách. Je zde zcela vynechána kapitola o měření na mapách a souřadnicových systémech a mezi metody tematických mapy není zařazena kartografická anamorfóza.

Učebnice Země – úvod do geografie od ČGS je tenká učebnice, ve které ale najdeme na 6 stranách téměř všechno požadované učivo (kromě měření úhlů). Učivo je zde vysvětleno jasně a srozumitelně, ale ve většině případů velice stručně, takže je potřeba, aby bylo doplněno podrobnějším výkladem ze strany vyučujícího. Součástí učebního textu jsou jednoduché úkoly a příklady na zopakování látky.

V roce 2001 vydalo nakladatelství ČGS učebnici Příroda a lidé Země: učebnice zeměpisu pro střední školy, která vznikla přepracováním a rozšířením učebnice Země - úvod do geografie. Rozsah kapitoly Znázorňování Země na mapách zůstal stejný. Přibylo pouze několik geografických termínů (azimut) a příkladů k procvičení učiva.

Ačkoliv je Zeměpis I v kostce: pro střední školy učebnicí, u které bychom čekali, že bude obsahovat pouze souhrn toho nejzákladnějšího učiva, na 9 stranách najdeme opět téměř vše kromě měření délek, ploch a úhlů a kartografické anamorfózy. Ostatní učivo je zde vysvětleno dobře a do podrobností, takže se tato učebnice hodí nejenom pro gymnázia, ale i pro ostatní střední školy. Učebnici vydává nakladatelství Fragment jako součást dvoudílné sady. Celkově je poměrně přehledná, učivo je doplněno obrázky. Hlavní nevýhodou je skutečnost, že neobsahuje úlohy k procvičení.

Zeměpis na dlani od nakladatelství Rubico je podobně jako učebnice Zeměpis I v kostce jakýmsi přehledem učiva zeměpisu pro střední školy, ale kromě měřítka mapy, kartogramů a kartodiagramů neobsahuje nic z požadovaného učiva. Měřítko mapy je dobře vysvětlené, ale kartogramy a kartodiagramy jsou zmíněny pouze v jedné větě. Chybí také příklady na procvičení. Tato učebnice tedy není příliš vhodná pro výuku zeměpisu na gymnáziích.

Publikace Maturitní otázky ze zeměpisu, které vydává nakladatelství Tutor, je sestavena z 30 maturitních otázek. Tematický celek kartografie je zde vypracován na 5 stranách přehledně, ale stručně, takže tady opět chybí praktická část s měřením na mapách. Jako vyjadřovací prostředky tematických map jsou zde uvedeny pouze kartogramy a kartodiagramy. Chybí také definice zeměpisných souřadnic. Na konci každé kapitoly nalezneme několik testových otázek. Publikace není vhodná pro běžné vyučovací hodiny zeměpisu. Je určená především budoucím maturantům k samostudiu.

Požadovanému účelu propojení matematických dovedností s kartografií nejvíce vyhovují učebnice Zeměpis pro 1. ročník gymnázií a Zeměpis pro 2. ročník gymnázií. Vzhledem k tomu, že už nejsou běžně k dostání, doporučovala bych pro výuku kartografie učebnici Příroda a lidé Země: učebnice zeměpisu pro střední školy. Učivo bych ale rozšířila podrobnějším výkladem a příklady z jiných učebnic.

3.2.3 Příklady úloh z vybraných učebnic

Ze zvoleného vzorku učebnic jsem vybrala několik typových úloh jako praktickou ukázku toho, co se může při hodinách v kartografii počítat. Tyto úlohy, které jsem navíc pro přehlednost tematicky rozdělila, uvádím níže.

3.2.3.1 Měřítko mapy a glóbu

Zeměpis pro 2. ročník gymnázií, str. 21, cvičení 7:

Jaká je vzdálenost míst M, N na mapě v měřítku 1 : 100 000, když na mapě v měřítku 1 : 25 000 jsou vzdálena 92 mm?

Zeměpis pro 2. ročník gymnázií, str. 21, cvičení 9:

Doplňte údaje do následující tabulky:

1 mm^2 má plošnou výměru v měřítku				
1 : 25 000	1 : 50 000	1 : 100 000	1 : 200 000	1 : 1 000 000
625 m^2				1 km^2

Geografie pro střední školy 1 - Fyzickogeografická část, str. 23, cvičení 2:

Zjistěte nejmenší a největší měřítko v atlase.

Geografie pro střední školy 1 - Fyzickogeografická část, str. 34, cvičení 8:

Nakreslete grafická měřítka 1 : 50 000, 1 : 200 000, 1 : 500 000, 1 : 1 000 000.

Země – úvod do geografie, str. 10, cvičení 2:

Předpokládejme, že máme glóbus s rovníkem dlouhým 1 m, Jaké má měřítko? Kolik km^2 ve skutečnosti odpovídá 1 cm^2 na glóbu

3.2.3.2 Souřadnicové systémy

Příroda a lidé Země: učebnice zeměpisu pro střední školy, str. 12, cvičení 1:

Zjistěte alespoň přibližnou zeměpisnou šířku a délku svého bydliště.

Země – úvod do geografie, str. 10, cvičení 1:

Zjistěte z mapy rozdíl zeměpisných šířek Prahy a San Franciska a vypočítejte z nich místní čas San Franciska, je-li v Praze poledne.

3.2.3.3 Měření na mapách

Zeměpis pro 2. ročník gymnázií, str. 21, cvičení 11:

Na topografické mapě, podle možnosti v měřítku alespoň 1 : 50 000, procvičujte odměřování přímých délek a křivek (délky potoků, úsekářek, silniční vzdálenosti mezi sídly apod.) pomocí odpichovátka. Určete skutečné délky.

Zeměpis pro 2. ročník gymnázií, str. 21, cvičení 12:

Máte – li průsvitný milimetrový papír, procvičujte na topografické mapě měření ploch. Vypočítejte jejich skutečné rozlohy (v ha, v km2). V případě, že nemáte k dispozici mapu většího měřítka, měřte délky a plochy na jakékoliv turistické mapě nebo na ukázkách topografických map ve školním atlase.

Zeměpis pro 2. ročník gymnázií, str. 33, cvičení 5:

Nakreslete trasu výletu (pochodovou osu) v měřítku 1 : 50 000 ze stanoviště S do cíle C podle údajů:

a) 55° - 3 km, 90° - 4 km, 35° - 4 km, 110° - 2 km;

b) 160° - 2 km, 225° - 3 km, 260° - 4 km, 215° - 2 km.

Podle nákresu v obou případech určete, kterým směrem podle světových stran leží cíl C od stanoviště S.

Zeměpis pro 2. ročník gymnázií, str. 33, cvičení 9:

Podle vrstevnicové mapy procvičujte výpočet úhlů sklonů zvolených úseků svahů. Načrtněte vždy obrázek. Výpočet kontrolujte učením úhlů podle sklonového měřítka.

3.2.3.4 Metody tematických map

Geografie pro střední školy 1 - Fyzickogeografická část, str. 33:

Sestrojte mapu počtu obyvatel států Jižní Ameriky.

Tabulka: Počet obyvatel států Jižní Ameriky (údaje k roku 1996)

Stát	**Počet obyvatel**
Argentina	32 664 000
Bolívie	7 157 000
Brazílie	115 356 000
Chile	13 287 000
Kolumbie	33 778 000
Ekvádor	10 752 000
Francouzská Guyana	102 000
Guyana	750 000
Paraguay	4 799 000
Peru	22 362 000
Surinam	402 000
Uruguay	3 121 000
Venezuela	20 189 000

4 Možnosti aplikace matematických dovedností při výuce kartografie

Ačkoliv je v učebnicích zeměpisu pro střední školy kartografii věnována poměrně malá část, kartografie je sama o sobě věda celkem rozsáhlá. Stojí na pomezí geografie a geodézie a „jejím úkolem je navrhovat a vytvářet pro uživatele optimální produkty – mapy a mapám příbuzná zobrazení“ (Zmrzlík 2008). Proto z šíře jejího studia bylo potřeba vybrat pouze ty kapitoly, ve kterých se objevují matematické výpočty či matematické vztahy. Jedná se o Tvar Země, Kartografická zobrazení, Zkreslení, Souřadnicové systémy, Měřítko mapy a glóbu, Měření na mapách, Kartogramy, Kartodiagramy a Kartografická anamorfóza. Vzhledem k rozsahu bakalářské práce jsem musela zúžit výběr a zvolit pouze 6 kapitol. K nim jsem pak shrnula základní kartografické pojmy a uvedla možnosti aplikace matematických dovedností při vysvětlení a procvičování základní teorie. Základní teorie je doplněna několika typovými příklady s obecným zadáním a postupem. Rozpracování zbylých kapitol se chci věnovat v diplomové práci.

4.1 Vybrané kapitoly z geografické kartografie

Kapitoly Tvar Země, Kartografická zobrazení, Zkreslení, Souřadnicové systémy, Měřítko mapy a glóbu a Měření na mapách řadíme do tzv. geografické kartografie, která se zabývá „zpracováním odvozených map středních a malých měřítek a tvorbou původních map vyhraněného tematického zaměření“ (Čapek 1992, s. 14). Podrobněji se budu věnovat pouze kapitolám Souřadnicové systémy, Měřítko mapy a glóbu a Měření na mapách. Tyto kapitoly jsem vybrala na základě toho, že se v nich dají velice dobře aplikovat matematické dovednosti. Tabulka 5 ukazuje, jaké matematické dovednosti se konkrétně v těchto kapitolách využívají.

Tabulka 5: Matematické dovednosti aplikované v geografické kartografii

Vybrané kapitoly z geografické kartografie	**Aplikované matematické dovednosti**
Měřítko mapy a globu	zaokrouhlování převody jednotek práce s poměrem výpočet neznámé pomocí trojčlenky výpočet obsahu rovinných útvarů
Měření na mapách	zaokrouhlování převody jednotek práce s poměrem výpočet neznámé pomocí trojčlenky výpočet obsahu rovinných útvarů určení velikosti úhlu měřením a výpočtem
Souřadnicové systémy	zakreslování do a čtení z pravoúhlé soustavy souřadnic

Zdroj: vlastní tvorba

4.1.1 Měřítko mapy a glóbu

4.1.1.1 Měřítko mapy

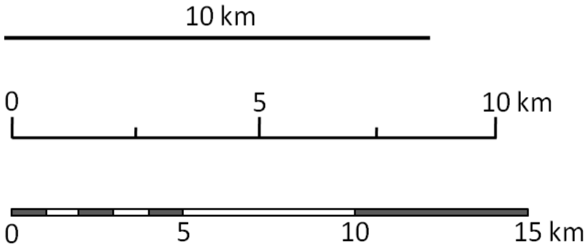
Měřítko řadíme mezi tzv. základní kompoziční prvky mapy, a tudíž musí být bezpodmínečně součástí každé mapy. Obecně se jedná o poměr zmenšení, a to buď nezkreslených délek (měřítko délkové), nebo nezkreslených ploch (měřítko plošné).

Délkové měřítko bývá dobrým pomocníkem hlavně na cestách, kdy na jeho základě určujeme z mapové vzdálenosti vzdálenost skutečnou. Jak tvrdí Čapek (1992), „tradičně se chápe délkové měřítko jako poměr libovolné délky v mapě k odpovídající délce ve skutečnosti“ (Čapek 1992, s. 22). Nesmíme však opomenout, že při zobrazování zakřiveného zemského povrchu do roviny, dochází k jeho zkreslení. Tato definice proto platí pouze v délkově nezkreslených místech mapy.

Délkovým měřítkem tedy rozumíme „poměr nezkreslených délek na mapě k odpovídajícím délkám ve skutečnosti“ (Čapek 1992, s. 21). Existují tři základní typy délkových měřítek – grafické, číselné a slovní. Každé z těchto měřítek se používá pro jiný účel. V mapách se nejčastěji setkáme s kombinací grafického a číselného. Grafické měřítko si můžeme představit jako úsečku rozdělenou v pravidelných intervalech tzv. dekadickým způsobem (např. 0 – 2 – 4, 0 – 5 – 10 - 15 – 20 nebo 0 – 100 – 200).

Číselné hodnoty vyskytující se u grafického měřítka jsou vždy přirozená čísla[4]. Hlavní předností grafického měřítka je skutečnost, že na rozdíl od číselného měřítka nepodléhá reprodukci a je tím pádem dále použitelné.

Obrázek 2: Příklady grafického měřítka



Zdroj: vlastní tvorba

Číselné měřítko je délkové měřítko vyjádřené ve tvaru *1 : m,* kde *m* je měřítkové číslo. Zápis 1 : 50 000 znamená, že 1 cm na mapě odpovídá 50 000 cm (tedy 0,5 km) ve skutečnosti.

Pokud mapa měřítko nemá, můžeme ho zjistit pomocí vzdáleností naměřených mezi dvěma body na mapě a ve skutečnosti. Vzdálenost naměřenou mezi dvěma body na mapě označíme *MV*, k ní odpovídající vzdálenost ve skutečnosti *SV*. Zkreslení *m* pak dostaneme ze vztahu *SV : MV,* kde *SV* a *MV* musí být vyjádřeny v cm.

Při některých výpočtech číselného měřítka můžeme dojít k nestandardní podobě zlomku, tj. např. 1 : 151 347. V tom případě je potřeba zaokrouhlit toto číslo na nejbližší číslo „s velkým počtem nul na konci“, tj. 1 : 150 000.

Na základě číselného měřítka rozlišujeme mapy velkého měřítka, mapy středního měřítka a mapy malého měřítka. Mapy s měřítkem > 1 : 5 000 se nazývají plány.

Tabulka 6: Klasifikace map podle měřítkového čísla

Mapy	**Měřítkové číslo**
velkého měřítka	> 1 : 200 000
středního měřítka	1 : 200 000 – 1 : 1 000 000
malého měřítka	< 1 : 1 000 000

Zdroj: Čapek 1992

[4] Nulu řadíme v tomto případě do přirozených čísel.

Na slovní měřítko narazíme pouze v ojedinělých případech (pohledové mapy). Jedná se o vyjádření předchozích dvou měřítek ve slovní podobě. Např. 1 cm na mapě odpovídá 10 km ve skutečnosti.

Praktické použití

Z měřítka mapy a mapové vzdálenosti dvou míst *MV* mohou žáci určit skutečnou vzdálenost těchto míst *SV*. Z měřítka mapy a skutečné vzdálenosti dvou míst *SV* mohou naopak určit mapovou vzdálenost těchto míst *MV*. Hledané vzdálenosti se vyjádří ze vztahu $m = SV : MV$, kde m je zkreslení, nebo vypočítají pomocí tzv. trojčlenky[5].

Vzorový příklad

Zadání: Místa A a B jsou od sebe vzdálená vzdušnou čarou x km a na mapě byla mezi nimi naměřena vzdálenost y cm. Určete měřítko mapy.

Řešení 1: Skutečné vzdálenosti odpovídá x km, mapové vzdálenosti y cm. Skutečnou vzdálenost převedeme na cm. Ze vztahu $SV : MV$ vypočítáme zkreslení m.

$m = (x * 100\,000) : y$

Řešení 2: Využijeme trojčlenku.

y cm na mapě	$x * 100\,000$ cm
1 cm na mapě	m cm ve skutečnosti

$m : (x * 100\,000) = 1 : y$

$m = (x * 100\,000) : y$

Měřítko mapy je $1 : m$.

Vzorový příklad

Zadání: Vzdálenost míst A a B je přibližně x km. Vypočítejte vzdálenost těchto míst na mapě s měřítkem $1 : m$?

Řešení 1: Skutečnou vzdálenost míst A a B převedeme na cm, tj. $SV = x * 100\,000$ cm. Ze vztahu $m = SV : MV$ vyjádříme vzdálenost těchto míst na mapě MV a dosadíme do vzorce. $MV = SV : m = (x * 100\,000) : m$

[5] Trojčlenka je „postup řešení úlohy, který vede k sestavení rovnosti dvou poměrů s jedním neznámým členem a k výpočtu tohoto neznámého členu“ (Odvárko, Kadleček 2001, s. 31).

Řešení 2 : Využijeme trojčlenku.

1 cm v mapě	*m* cm ve skutečnosti
y cm v mapě	x * 100 000 cm ve skutečnosti

$y : 1 = (x * 100\,000) : m$

$y = (x * 100\,000) : m$

Na mapě naměříme mezi místy A a B vzdálenost *y* cm.

Vedle již zmíněného délkového měřítka $1 : m$, které udává poměr délek, existuje i tzv. měřítko plošné. Plošné měřítko definujeme jako poměr mezi velikostí nezkreslené plochy na mapě k odpovídající ploše ve skutečnosti. Platí $1 : m^2$ (Čapek 1992).

Plošné měřítko vypočítáváme pomocí plochy naměřené na mapě a odpovídající plochy ve skutečnosti. m^2 získáme jako podíl skutečné plochy (*SP*) převedené na cm^2 a plochy naměřené na mapě (*MP*).

Praktické použití

Z plošného měřítka mapy a velikosti plochy naměřené v mapě žáci mohou přibližně určit velikost odpovídající plochy ve skutečnosti. Z plošného měřítka mapy a skutečné velikosti plochy zase určí přibližnou velikost odpovídající plochy na mapě. Hledané velikosti ploch se vyjádří ze vztahu $m^2 = SV : MV$ nebo vypočítají pomocí trojčlenky.

Vzorový příklad

Zadání: Pozemek o rozloze *x* a je na mapě znázorněn jako obdélník o obsahu *y* cm^2. Předpokládejme nulový sklon pozemku. Vypočítejte plošné měřítko mapy.

Řešení 1: Skutečnou velikost plochy *SP* převedeme na cm^2 a dosadíme do vztahu $m^2 = SP : MP$. $SP = x$ a $= x * 1\,000\,000$ cm^2.

$m^2 = SP : MP = (x * 1\,000\,000) : y$

Řešení 2: Skutečnou velikost plochy *SP* převedeme na cm^2 a použijeme trojčlenku.

y cm^2 na mapě	$(x * 1\,000\,000)$ cm^2 ve skutečnosti
1 cm^2 na mapě	m^2 cm^2 ve skutečnosti

$1 : y = m^2 : x$

$m^2 = (x * 1\,000\,000) : y$

Plošné měřítko mapy je $1 : m^2$.

4.1.1.2 Měřítko glóbu

Měřítko glóbu je definováno jako „poměr poloměru glóbu k poloměru referenční koule“ (Čapek 1992, s. 19). Vyjadřuje se ve tvaru *1 : m*, kde *m* vypočítáme jako podíl poloměru referenční koule *R* a poloměru glóbu *r*. Měřítko by mělo být na glóbu vždy napsáno. Nejčastěji se setkáváme s měřítkem 1 : 40 000 000 či 1 : 70 000 000. I když glóbus zobrazuje zemský povrch v jednotném měřítku a bez zkreslení, jeho nevýhodou je jeho špatná přenosnost a skladnost. Podobně jako u map se definuje i délkové měřítko glóbu *1 : m* a plošné měřítko glóbu $1 : m^2$.

Praktické použití

Místo map s měřítkem < 1 : 200 000 se používá k měření vzdáleností glóbus. Ze vzdálenosti naměřené na glóbu mohou žáci pomocí měřítka glóbu určit odpovídající vzdálenost ve skutečnosti. Méně často se pak počítá ze skutečné vzdálenosti odpovídající vzdálenost na glóbu. Hledané vzdálenosti se vypočítají obdobným způsobem jako v případě měřítka mapy.

Vzorový příklad

Zadání: Vypočítejte měřítko glóbu s poloměrem *x* cm.

Řešení: Poloměr referenční koule *R* převedený na cm dosadíme společně s poloměrem glóbu *r* do vztahu pro výpočet měřítkového čísla.

m = *R* : *r* = 637 111 000 : *x*

Měřítko glóbu je 1 : *m*.

Vzorový příklad

Zadání: Na školním glóbu byla mezi dvěma místy naměřena vzdálenost *x* cm. Vypočítejte skutečnou vzdálenost těchto míst.

Řešení: Předpokládejme, že školní glóbus má měřítko 1 : 70 000 000. Hledanou vzdálenost označíme neznámou *y*. Využijeme trojčlenku.

1 cm na glóbu	70 000 000 cm ve skutečnosti
x cm na mapě	*y* cm ve skutečnosti

x : 1 = *y* : 70 000 000

y = *x* * 70 000 000 cm = x * 700 km

Skutečná vzdálenost dvou míst je *y* km.

4.1.2 Měření na mapách

4.1.2.1 Měření délek

Délkou rozumíme vodorovnou vzdálenost mezi dvěma body. Tuto vzdálenost vyjadřujeme délkovými jednotkami. Základní jednotkou délky je metr (značíme m). Z metru jsou odvozeny další jednotky délky (1 000 mm = 100 cm = 10 dm = **1 m** = 0,001 km). Vedle toho se můžeme především ve starých či cizích mapách setkat i s nemetrickými délkovými jednotkami. Příklady takových délkových jednotek jsou uvedeny v tabulce 7.

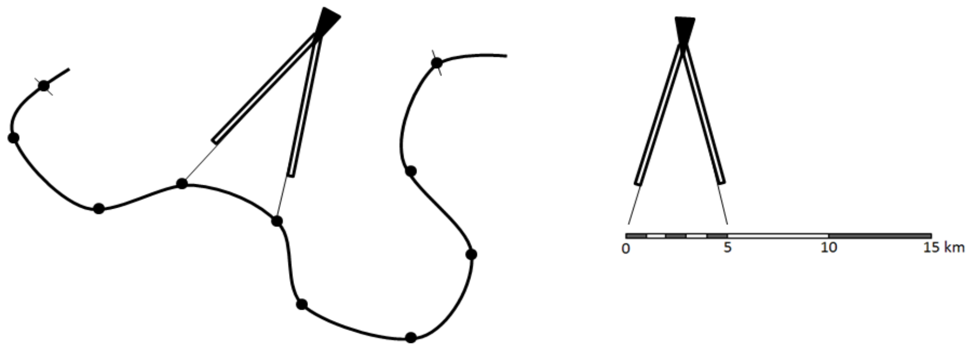
Tabulka 7: Nemetrické jednotky délky

palec [in.]	2,54 cm
stopa [ft.]	30,48 cm
loket	59,3 cm
yard [yd.]	91,44 cm
versta	1,067 km
míle [mi.]	1,609 km
námořní míle [n.m.]	1,853 km
zeměpisná míle	7,42 km
rakouská poštovní míle	7,59 km

Zdroj: http://jednotky.cz/delka (30. 4. 2010)

Délky na mapách zjišťujeme pomocí měření. Nejjednodušší je, máme-li změřit přímé čáry. Potom použijeme klasická pravítka se stupnicí v cm. Křivky se měří pomocí tzv. odpichovátek (viz obrázek 3) či křivkoměrů (viz obrázek 4). Pro školní účely postačí provázek. Nesmíme ovšem opomenout, že na mapách měříme pouze průmět křivky do roviny, nikoliv prostorovou křivku. Skutečná délka křivky je tedy zpravidla větší než délka odpovídající křivky na mapě.

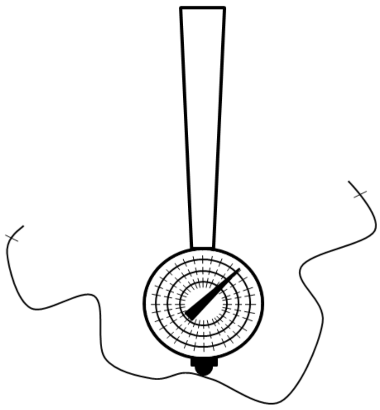
Obrázek 3: Měření křivky pomocí odpichovátka



Zdroj: upraveno podle Hojovec 1987

Poznámka: Při měření odpichovátkem je výsledek tím přesnější, čím jsou tětivy kratší (Čapek 1997).

Obrázek 4: Měření křivky pomocí křivkoměru



Zdroj: upraveno podle Hojovec 1987

Poznámka: Měřícím kolečkem křivkoměru objíždíme křivku a délku křivky nám ukáže ručička na ciferníku.

Praktické využití

Na mapách se nejčastěji měří délka úsečky spojující dvě místa. Z naměřené délky potom pomocí měřítka žáci mohou vypočítat odpovídající délku ve skutečnosti. V takových případech je vhodné pracovat s mapou, jejíž měřítko je > 1 : 200 000. Na mapách menších měřítek se naměřené délky již mírně odchylují od délek skutečných, protože se začíná projevovat vliv zakřivení zemského povrchu.

Vzorový příklad

Zadání: Na mapě změřte spojnici míst A a B. Určete skutečnou vzdálenost těchto míst, jestliže víte, že měřítko mapy je *1 : m*.

Řešení 1: Příklad řešíme pomocí vztahu $m = SV : MV$, kde *SV* skutečná vzdálenost, *MV* vzdálenost naměřená v mapě. Místa A a B jsou na mapě vzdálená *x* cm.

$SV = m * MV = m * x$ cm = $(m * x)$: 100 000 km

Řešení 2: Příklad řešíme pomocí trojčlenky. Místa A a B jsou na mapě vzdálená *x* cm. Hledanou vzdálenost označíme neznámou *y*.

1 cm v mapě — *m* cm ve skutečnosti

x cm v mapě — *y* cm ve skutečnosti

$x : 1 = y : m$

$y = m * x$ cm = $(m * x)$: 100 000 km

Skutečná vzdálenost míst A a B je *y* km.

4.1.2.2 Měření ploch

Plochou na mapě rozumíme rovinný útvar, jehož obsah se vyjadřuje pomocí jednotek obsahu. Základní jednotkou obsahu je metr čtvereční (značíme m^2). Z metru čtverečního jsou odvozeny další jednotky délky (1 000 000 mm^2 = 10 000 cm^2 = 100 dm^2 = **1 m^2** = 0, 01 a = 0, 000 1 ha = 0,000 001 km^2). V tabulce 8 pro zajímavost uvádím několik cizích a starých jednotek obsahu.

Tabulka 8: Nemetrické jednotky obsahu

role	0,61 m^2
věrtel	7,19 m^2
korec	28,77 a
akr [ac]	40,47 a
rakouské jitro	57,55 a
lán	17,26 ha
čtverečná míle [mi^2]	2,59 km^2

Zdroj: http://jednotky.cz/obsah (30. 4. 2010)

Měření ploch se provádí zpravidla na plochojevných mapách. Údaje o ploše nejčastěji určujeme pomocí:

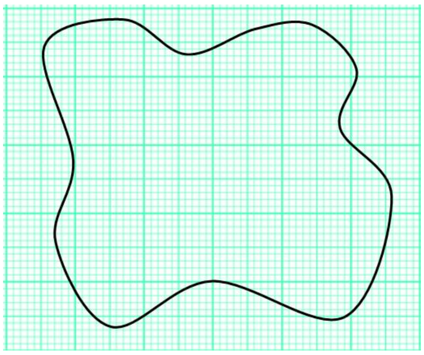
1. čtvercové sítě,
2. planimetru,
3. výpočetní techniky.

Měřením získáme informaci o ploše na mapě, nikoliv o ploše ve skutečnosti. Plocha na mapě, podobně jako tomu bylo u křivek, vzniká průmětem skutečné plochy do roviny. Skutečná výměra se od výměry naměřené na mapě liší následkem svažitosti. Je větší. Pro naše účely předpokládejme tedy nulovou svažitost.

Praktické využití

Jakmile žáci změří plochu na mapě, mohou ji pomocí měřítka přepočítat na odpovídající plochu ve skutečnosti. Při výpočtu skutečné plochy lze použít trojčlenku.

Obrázek 5: Určení plochy pomocí milimetrového papíru



Zdroj: vlastní tvorba

Poznámka: Plochu útvaru získáme tak, že počet čtverečků napočítaných uvnitř útvaru sečteme s polovičním počtem čtverečků ležících uvnitř útvaru jen zčásti.

Vzorový příklad

Zadání: Na mapě s měřítkem *1 : m* změřte vyznačenou plochu a vypočítejte její skutečnou výměru.

Řešení: Velikost plochy vyznačené na mapě je x cm^2. Skutečnou výměru (označíme neznámou y) získáme pomocí trojčlenky.

1 cm^2 na mapě — m^2 cm^2 ve skutečnosti

x cm^2 na mapě — y cm^2 ve skutečnosti

$x : 1 = y : m^2$

$y = m^2 * x$ cm^2 = $(m^2 * x)$: 10 000 m^2

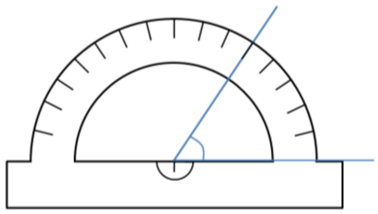
Skutečná výměra plochy je y m^2.

4.1.2.3 Měření úhlů

Úhel je část roviny vymezené dvěma polopřímkami. Velikost úhlu je nezáporné číslo, které můžeme přiřadit každému úhlu. Udává se ve stupních, minutách a vteřinách (**1°** = 60´ = 3 600´´). Nabývá hodnot 0° až 360°.

Úhly měříme pomocí úhloměrů (viz obrázek 6). Úhloměr je půlkruhová či kruhová deska se stupnicí po obvodu z průhledného plastu. Úhloměry používáme při měření vodorovných úhlů v mapách.

Obrázek 6: Úhloměr



Zdroj: vlastní tvorba

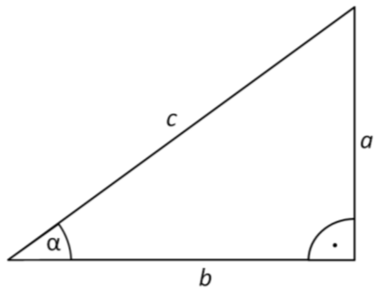
Velikost úhlů umíme velmi přesně určit i pomocí goniometrických funkcí (viz obrázek 7). Úhel spočítáme pro všechny tři goniometrické funkce. Z těchto tří hodnot stanovíme aritmetický průměr, aby byl náš výsledek co nejpřesnější.

Obrázek 7: Výpočet vodorovných úhlů

$$\sin\alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos\alpha = \frac{b}{c}$$

$$tg\alpha = \frac{a}{b}$$



Zdroj: vlastní tvorba

V praxi se často setkáváme s pojmem azimut. Azimut (nebo též pochodový úhel) je úhel mezi daným směrem a směrem k severu. Měří se úhloměrem od severu po směru pohybu hodinových ručiček. Na mapě se určuje sever podle směrovky a v terénu najdeme sever např. pomocí busoly.

Praktické použití

Úhly v mapě žáci počítají, když potřebují zjistit, jaký úhel svírají spojnice tří míst, nebo pod jakým azimutem se nachází spojnice dvou míst. Další využití je při plánování trasy výletu, když si do mapy zakreslují pochodovou osu.

Vzorový příklad

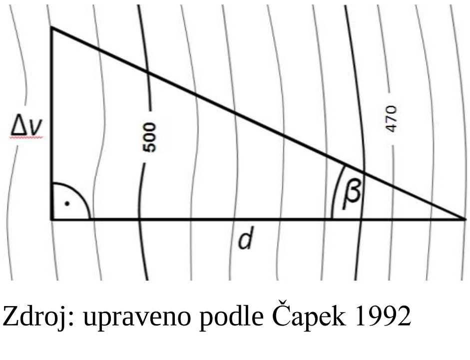
Zadání: Vypočítejte, pod jakým azimutem se nachází spojnice míst A a B. Výsledek ověřte pomocí úhloměru.

Řešení: Ramena hledaného úhlů tvoří spojnice severu s místem A a spojnice místa A s místem B. Ramena doplníme kolmicí na jedno z nich tak, aby vznikl pravoúhlý trojúhelník. Poté změříme délku stran a hledaný úhel dopočítáme pomocí funkcí sinus, kosinus a tangens. Z těchto tří hodnot určíme aritmetický průměr.

Svislé úhly neboli sklony svahů počítáme výhradně z vrstevnicových map. Pro tento účel využíváme funkci tangens. Z vrstevnic určíme výškový rozdíl Δv a přepočítáme do měřítka mapy. Pravítkem změříme vodorovnou vzdálenost d a sklon svahu β vypočítáme podle vztahu $tg\beta = \frac{\Delta v}{d}$ (Čapek 1992).

Obrázek 8: Výpočet svislých úhlů

$$tg\beta = \frac{\Delta v}{d}$$



Zdroj: upraveno podle Čapek 1992

Praktické využití

Svislé úhly žáci počítají, aby zjistili sklon svahu. Umět určit sklon svahu je velice užitečné, protože se dá potom lépe odhadnout skutečná vzdálenost, která se v terénu ujde. Uvědomme si, že délky naměřené v mapě jsou vždy kratší, než délky naměřené ve skutečnosti (to je důsledkem zobrazování zakřiveného zemského povrchu do roviny). Je-li sklon svahu 45°, pak je skutečná délka o 41 % větší než tatáž délka naměřená na mapě. Při sklonu 30° je skutečná délka větší o 15.5 %, při sklonu 15° o 3,5 %, při sklonu 10° o 1,5 %, při sklonu 5° o 0,5 % (Gardavský 1985).

Vzorový příklad

Zadání: Vypočítejte sklon svahu β na topografické mapě.

Řešení: Podle vrstevnic určíme skutečný výškový rozdíl. Ten pak převedeme do měřítka mapy *1 : m* a získáme Δv. Δv vyjádříme v cm. Využijeme trojčlenku. V mapě změříme délku d. Δv a d dosadíme do vzorce:

$$tg\beta = \frac{\Delta v}{d}$$

Sklon svahu je β°.

4.1.3 Souřadnicové systémy

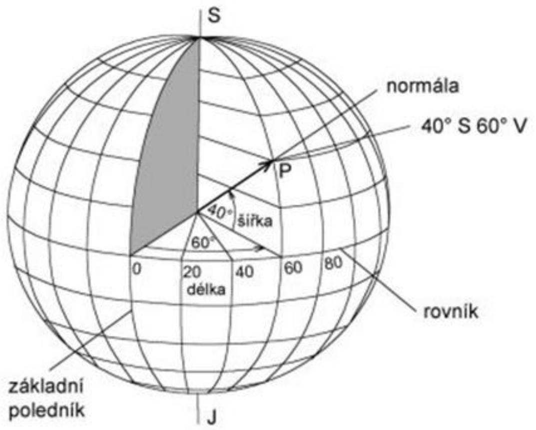
Souřadnicové systémy slouží k určování přesné zeměpisné polohy určitého bodu pomocí dvojice číselných údajů. Tato poloha se stanovuje v případě referenční plochy na základě zeměpisných souřadnic a kartografických (konstrukčních) souřadnic, v případě zobrazovací plochy neboli mapy na základě pravoúhlých rovinných souřadnic a polárních souřadnic. Souřadnice se potom dále mohou využívat pro potřeby matematických výpočtů (Engel 2006).

Vzhledem k tomu, že se kartografické (konstrukční) souřadnice a polární souřadnice v běžných hodinách zeměpisu na střední škole nevyučují, budu se v následujícím části věnovat pouze souřadnicím zeměpisným a pravoúhlým rovinným.

4.1.3.1 Zeměpisné souřadnice

Mezi zeměpisné souřadnice řadíme zeměpisnou šířku a zeměpisnou délku. Tyto souřadnice jsou označovány jako souřadnice sférické, protože se používají na referenční kouli (viz obrázek 9).

Obrázek 9: Zeměpisné souřadnice



Zdroj: http://tvorbamap.shocart.cz/kartografie/projekce.htm (12. 4. 2010)

Zeměpisnou šířku značíme φ a definujeme ji jako „úhel mezi rovinou rovníku a normálou v určovaném bodě“ (Čapek 1992, s. 32). Místo pojmu normála můžeme také pro lepší pochopení použít pojem spojnice středu Země s určovaným bodem. Rovníkem rozumíme kružnici, která vznikne „jako průsečnice zemského povrchu a roviny procházející středem Země kolmo k zemské ose“ (Čapek 1992, s. 32). Zeměpisná šířka nabývá od rovníku k severnímu pólu hodnot od 0° do 90° s kladným znaménkem (severní zeměpisná šířka) a od rovníku k jižnímu pólu nabývá těchto hodnot se znaménkem záporným (jižní zeměpisná šířka). Spojnici všech bodů se stejnou zeměpisnou šířkou nazýváme rovnoběžka. Zeměpisná šířka φ bývá někdy nahrazována tzv. vzdáleností od pólu, kterou značíme δ. Jedná se o doplněk zeměpisné šířky do 90° a vypočítá se podle vztahu $\delta = 90° - \varphi$ (Čapek 1992).

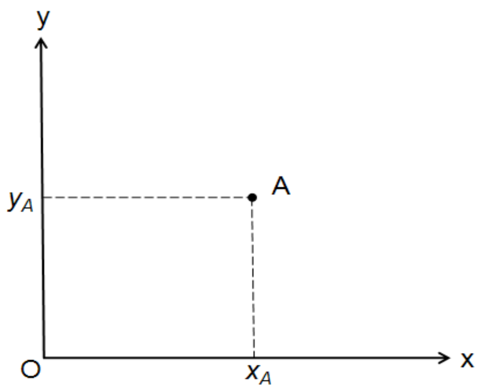
Zeměpisnou délku značíme λ a definujeme ji jako úhel mezi rovinou základního a místního poledníku určovaného bodem (Voženílek 2001). Základní poledník (též označovaný jako nultý) prochází hvězdárnou v Greenwichi v Londýně. Na východ i na západ od nultého poledníku se hodnota λ pohybuje v rozmezí od 0° do 180° s tím, že směrem na východ je λ kladné (východní zeměpisná délka) a směrem na západ je λ

záporné (západní zeměpisná délka). Poledník neboli meridián je spojnicí všech bodů stejné zeměpisné délky. Poledníky a rovnoběžky v pravidelném intervalu tvoří zeměpisnou síť.

4.1.3.2 Pravoúhlé rovinné souřadnice

Pravoúhlé rovinné souřadnice vycházejí ze zeměpisných souřadnic. Určují polohu bodu v rovině pomocí kolmých vzdáleností od souřadnicových os *x* a *y* (viz obrázek 10). Pravoúhlé rovinné souřadnice jsou jednoznačně určeny počátkem *O*, osou *x* a osou *y* (Voženílek 2001). Osy *x* a *y* jsou na sebe kolmé. Počátek *O* je průsečík obrazů rovníku a nultého poledníku, osa *x* představuje rovník a osa *y* nultý poledník. Čísla x_A a y_A se nazývají pravoúhlé rovinné souřadnice bodu *A*.

Obrázek 10: Pravoúhlé rovinné souřadnice



Zdroj: upraveno podle Voženílek 2001

Praktické využití

Umět pracovat se zeměpisnými souřadnicemi žáci potřebují k určení přesné zeměpisné polohy zadaných míst. Toho se dále využívá např. při vypočítávání časového rozdílu mezi dvěma místy. Časový rozdíl udává, o kolik si musíme posunout čas na hodinkách, když bychom cestovali na delší vzdálenosti a překračovali při tom hranice časových pásem.

Vzorový příklad:

Zadání: Určete přesnou zeměpisnou polohu místa A a B a vypočítejte časový rozdíl mezi těmito místy.

Řešení: Zeměpisnou polohu míst A a B zjišťujeme na mapě nebo na glóbu. Zeměpisnou délku určujeme pomocí poledníků, zeměpisnou šířku pomocí rovnoběžek. Z mapy časových pásem dále zjistíme, do kterého časového pásma patří místo A a do kterého místo B, a určíme časový rozdíl.

4.2 Vybrané kapitoly z tematické kartografie

Kapitoly Kartogramy, Kartodiagramy a Kartografická anamorfóza spadají do tzv. tematické kartografie. Tematická kartografie je dle Čapka (1992) „dílčí oblast kartografie, která se zabývá studiem metod znázorňování tematického obsahu a zpracováváním tematických map“ (Čapek 1992, s. 183). Tematické mapy se používají při výuce zeměpisu poměrně často, a tak je třeba, aby v nich žáci uměli číst, rozuměli metodám, kterými se zobrazuje tematický obsah, popř. je uměli na základě předložených statistických dat sami sestavit. V tabulce 9 uvádím příklady matematických dovedností aplikovaných ve vybraných kapitolách tematické kartografie.

Tabulka 9: Matematické dovednosti aplikované v tematické kartografii

Vybrané kapitoly z tematické kartografie	**Aplikované matematické dovednosti**
Kartogramy	zaokrouhlování vyhledávání a zpracování statistických dat
Kartodiagramy	zaokrouhlování vytvoření diagramu vyhledávání a zpracování statistických dat výpočet obsahů rovinných útvarů výpočet objemů těles užití procent jako kvantitativního vyjádření celek – část výpočet neznámé ze vzorce
Kartografická anamorfóza	zaokrouhlování vyhledávání a zpracování statistických dat výpočet obsahu rovinných útvarů

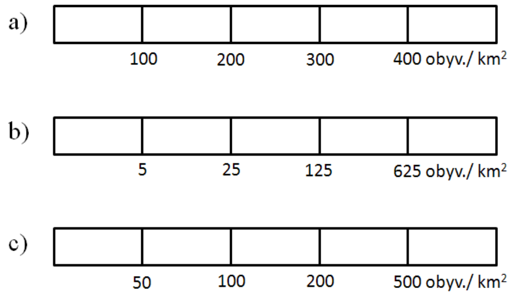
Zdroj: vlastní tvorba

4.2.1 Kartogramy

Metoda kartogramů je nejpoužívanější metodou v tematické kartografii. Kartogramy jsou jednoduché tematické mapy „znázorňující střední hodnoty intenzity jevů v předem stanovených územních jednotkách“ (tzv. kartografických areálech), které se odlišují barvou nebo rastrem (Čapek 1992, s. 189). Vyjadřují kvantitativní charakteristiky vztažené na měrnou jednotku plochy (výnos obilí na ha). Nejčastěji se jedná o hustoty (hustota obyvatel na km^2, hustota říční sítě na km^2 atd.). Kartogramy bez prostorového základu se nazývají nepravé. Takovým příkladem je např. kartogram znázorňující podíl ekonomicky aktivních v ORP Beroun (obrázek 17).

K tomu, abychom mohli vytvořit kartogram, potřebujeme mít k dispozici soubor dat. V rámci administrativních jednotek se jedná o data statistická, v rámci geometrické sítě jsou to data zjištěná kartometricky. Data seřadíme a rozdělíme do intervalů. Počet intervalů musí být menší než počet statických jednotek souboru. Z hlediska čitelnosti výsledné mapy je také vhodné, aby byl v každém intervalu zhruba stejný počet dat. Podle Voženílka (2001) je „nejběžnějším způsobem stanovení intervalů stupnic a nejvhodnějším pro přiblížení podoby kartogramu rozdělení celého variačního rozpětí souboru na 4 až 5 intervalů“ (Voženílek, 2001, s. 72). Na základě těchto intervalů vytvoříme vhodnou stupnici. Pokud bychom sestavili stupnici špatně, nemusela by mapa splňovat svůj účel. Rozlišujeme stupnice pravidelné a nepravidelné (obrázek 11). Pravidelné stupnice mají kvocient aritmetické nebo geometrické řady. Nepravidelné stupnice se stanovují pomocí statistických metod nebo se sestavují volně.

Obrázek 11: Pravidelné a nepravidelné stupnice

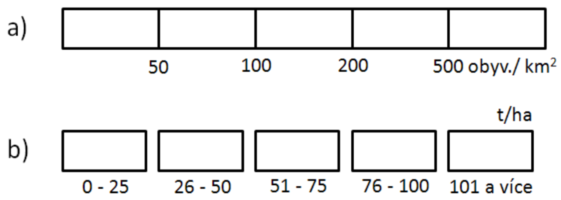


Zdroj: upraveno podle Voženílek 2001

Poznámka: a) pravidelná s kvocientem aritmetické řady, b) pravidelná s kvocientem geometrické řady, c) nepravidelná

Stupnice mohou být spojité (jednotlivé intervaly na sebe plynule navazují) nebo nespojité (obsahují jen intervaly, v nichž je jev zastoupen). Grafickou podobu spojitých a nespojitých stupnic ukazuje obrázek 12.

Obrázek 12: Spojité a nespojité stupnice



Zdroj: Upraveno podle Voženílek 2001

Poznámka: a) spojitá, b) nespojitá

Vyjadřované hodnoty se v intervalových stupnicích odstupňovávají pomocí barevných odstínů nebo rastru. Barva je charakterizována barevným tónem, sytostí[6] a jasem[7] (Voženílek 2001). Pokud nechceme využít standardizovaných barevných stupnic, musíme umět sestavit barevnou stupnici sami. Podle Voženílka (2001) je třeba se držet několika zásad:

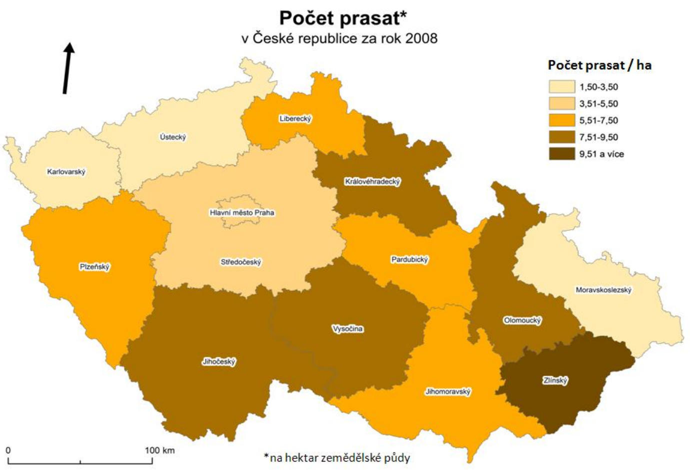
1. Narůstání intenzity barvy musí být v souladu s narůstáním intenzity jevu.
2. Nejoptimálnější řešení je použití odstínů jedné barvy, kdy nejsvětlejší odstín reprezentuje nejmenší intenzitu jevu a naopak.
3. Pokud by došlo k tomu, že by bylo potřeba použít více barevných odstínů, volí se barvy ze stejného barevného spektra.
4. Studené barvy se používají pro nízké hodnoty a záporné jevy, teplé barvy se používají pro vysoké hodnoty a kladné jevy.
5. Důležitou roli hrají také jas, optická váha a hloubka barev.

Příklad použití barvy pro kvantitativní rozlišení jevů ukazuje obrázek 13.

[6] Sytost (čistota) barvy je dána „podílem čisté pestré barvy a barvy nepestré“ (Voženílek 2001, s. 80).

[7] Jas (světlost) je dán „množstvím bílého světla“ (Voženílek 2001, s. 80).

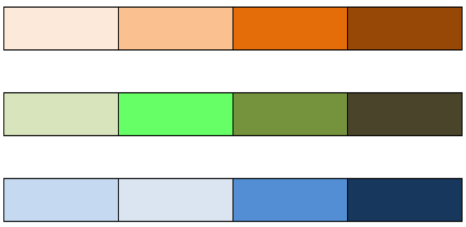
Obrázek 13: Barva pro kvantitativní rozlišení jevů



Zdroj: vlastní tvorba

Na obrázku 14 jsou znárodněny tři barevné stupnice, ovšem pouze první stupnice je správná. Ve druhé stupnici je barva v pořadí druhé kategorie zleva jasnější než ostatní. Ve třetí stupnici došlo k tzv. propadání barev. Druhá kategorie zleva se odchyluje od předpokládaného barevného přechodu.

Obrázek 14: Dobře a špatně vytvořené barevné stupnice

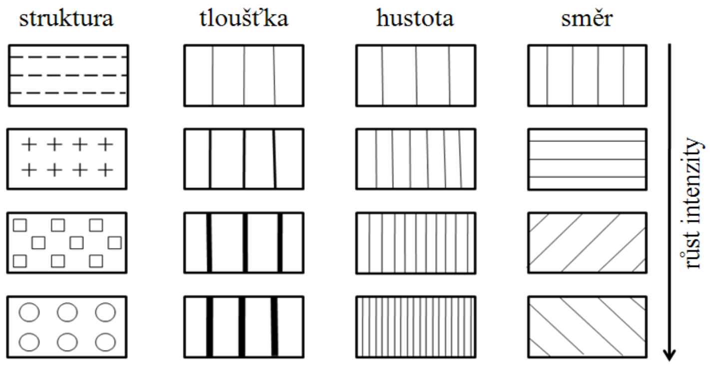


Zdroj: vlastní tvorba

Vedle barvy se pro kvantitativní rozlišení jevů používá rastr (obrázek 17). V dnešní době se s ním setkáváme podstatně méně. Rastr je pravidelně uspořádaná síť bodových či liniových kartografických znaků. Je charakterizován strukturou, tloušťkou (velikostí), hustotou a směrem. Při práci s rastrem musíme dle Voženílka (2001) dodržovat několik pravidel:

1. Narůstání intenzity rastru musí být v souladu s narůstáním intenzity jevu.

Obrázek 15: Pořadí jednotlivých parametrů rastru



Zdroj: upraveno podle Voženílek 2001

2. Rastry okrajových intervalů se snažíme výrazně odlišit od rastrů ostatních kategorií ve stupnici.

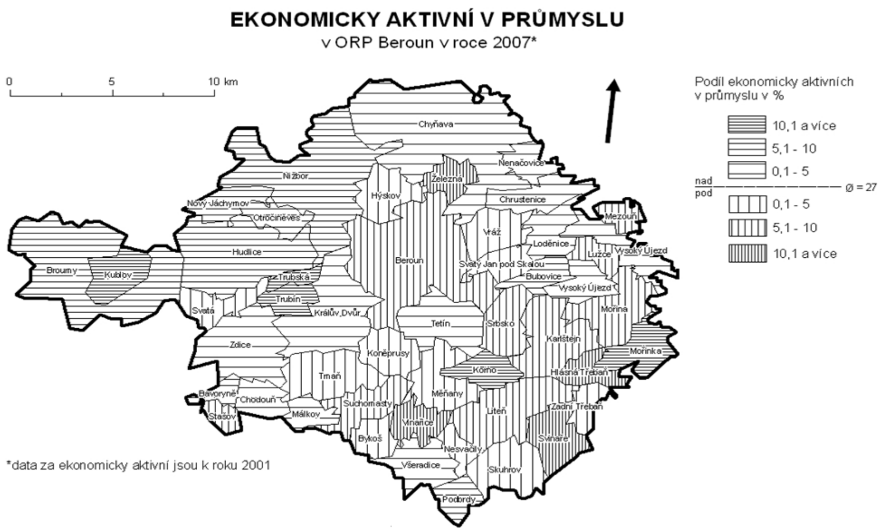
3. V rastru se nepoužívá ani bílá, ani černá barva.

4. Se zvyšující se tloušťkou čar se snižují rozestupy mezi čarami (viz obrázek 16).

Obrázek 16: Zvyšování intenzity jevu ve stupnici kvantitativního rastru

Zdroj: upraveno podle Voženílek 2001

Obrázek 17: Rastr pro kvantitativní rozlišení jevů

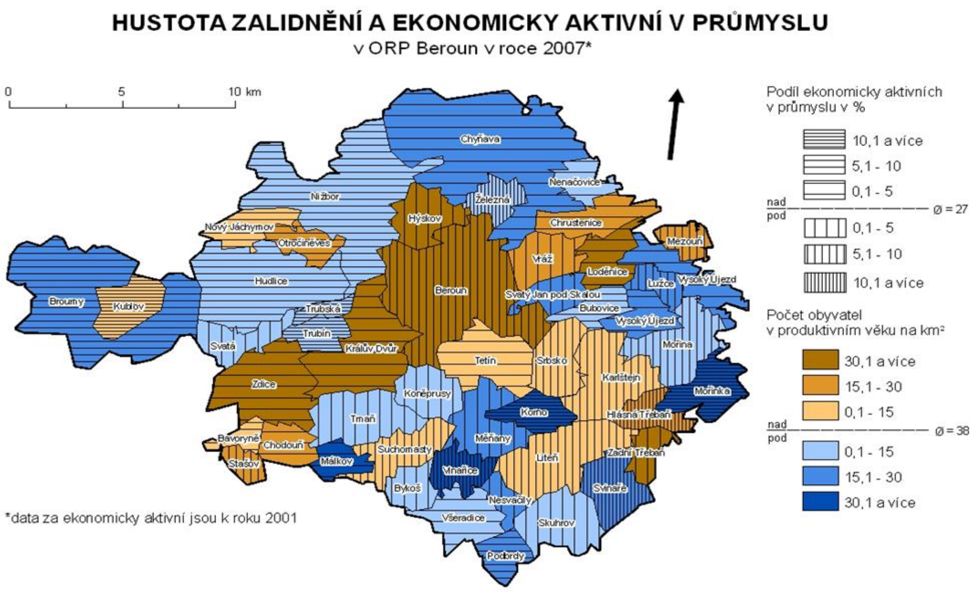


Zdroj: vlastní tvorba

Rozlišujeme kartogramy jednoduché, složené a strukturní. Jednoduchý kartogram „vyjadřuje pro každý areál pomocí hustoty rastru, velikostí pravidelně rozmístěných teček nebo stupněm barvy intenzitu jednu charakteristiku“ (Voženílek 2001, s. 75). Příklady jednoduchých kartogramů ukazují obrázky 13 a 17.

Pro vyjádření dvou či více jevů najednou se používá složený kartogram (obrázek 18). Pokud má kartogram charakterizovat dva jevy, můžeme první jev znázornit např. pomocí vodorovných čar a druhý pomocí svislých čar či barvy. Z některých složených kartogramů můžeme vyčíst vzájemný vztah dvou jevů. Takové kartogramy nazýváme vztahové (Čapek 1992).

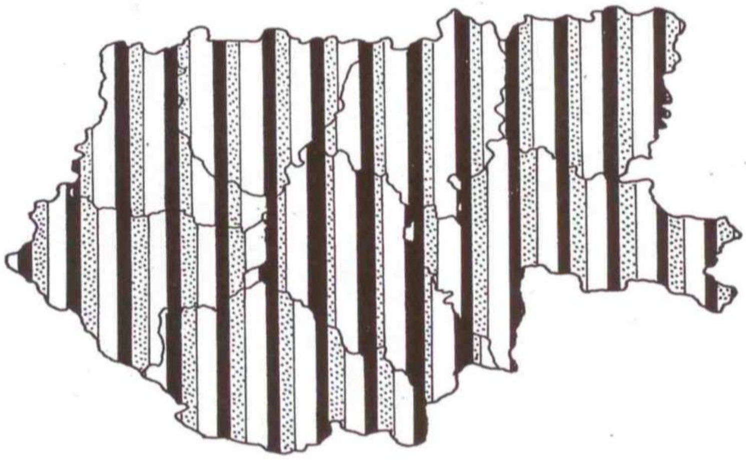
Obrázek 18: Složený kartogram



Zdroj: vlastní tvorba

Strukturní kartogramy vyjadřují vnitřní strukturu jevu. Příkladem strukturního kartogramu může být např. kartogram vyjadřující skladbu zaměstnanosti v jihočeském kraji (viz obrázek 19).

Obrázek 19: Strukturní kartogram



Zdroj: Murdych 1988

Praktické použití

Kartogramy se používají pro znázorňování určitého jevu vztahujícího se na plochu územní jednotky. Informace, které o daném území poskytuje kartogram, jsou mnohem efektivnější než pouhý soubor statistických dat. Proto se kartogramy hojně využívají v učebnicích či atlasech. Je tudíž důležité, aby žáci z kartogramů uměli číst a věděli, jak vznikají a uměli si kartogram z daného souboru dat sami vytvořit.

Vzorový příklad

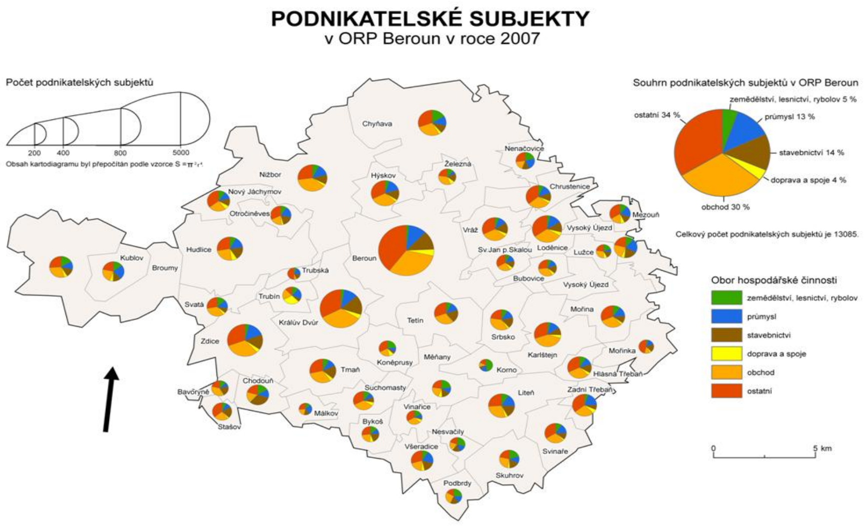
Zadání: Na základě daného souboru statistických dat vytvořte intervalovou stupnici a dokončete kartogram. Využijte připravené obrysové mapy území.

Řešení: Statistická data seřadíme vzestupně a rozdělíme do intervalů (nejlépe do 4 nebo 5). Intervaly mohou být pravidelné i nepravené, podstatné je, aby mezi ně byla data rozdělena rovnoměrně. Hraniční hodnoty se snažíme vhodně zaokrouhlit. Protože je většina jevů rozložená nerovnoměrně, mohou se ve statistickém souboru dat objevovat i extrémní hodnoty. Ty zařadíme do krajních intervalů, které mají potom vzhledem k ostatním intervalům větší rozpětí. Krajní intervaly se proto často nechávají otevřené. Používá se např. spojení „méně než“ a „více než“. Nakonec sestavíme stupnici a pro každý interval vybereme barvu. Řídíme se při tom pravidly pro tvorbu kvantitativních stupnic. Dílčí území v obrysové mapě vybarvíme na základě námi sestavené stupnice.

4.2.2 Kartodiagramy

Kartodiagramy jsou tematické mapy, které vyjadřují statistická data ve formě diagramů vztahujících se buď k dílčím územním jednotkám nebo ke konkrétnímu bodu (Hojovec 1987). V prvním případě mluvíme o tzv. plošných kartodiagramech (viz obrázek 20), ve druhém o tzv. lokalizovaných kartodiagramech. Kartodiagramy se velmi často kombinují s kartogramy. Zásadní rozdíl mezi kartogramy a kartodiagramy je v tom, že kartogramy vyjadřují relativní hodnoty, zatímco kartodiagramy absolutní.

Obrázek 20: Kartodiagram

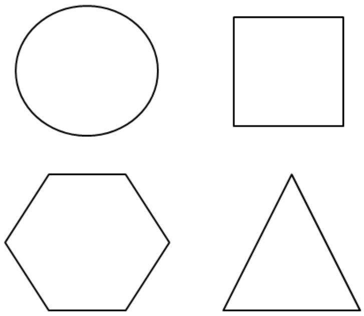


Zdroj: vlastní tvorba

Základním prvkem kartodiagramu je bodový znak - diagram. Diagram je „prostředek jazyka mapy, který vyjadřuje v určitém místě mapy vlastnost (kvalitu či kvantitu) vybraného jevu“ (Voženílek 2001, s. 101). Každý diagram je charakterizován tvarem (čtverec, kruh, trojúhelník), velikostí (kvantitativní hodnota jevu), strukturou (vnitřní grafické členění znaku), výplní (barva, rastr), orientací a polohovým určením.

Rozeznáváme několik druhů diagramů, ale v praxi se setkáváme nejčastěji s diagramy jednoduchými a strukturními. Jednoduché diagramy (obrázek 21) se vztahují k jednomu jevu či charakteristice (např. výdaje na zbrojení). Velikost diagramu roste s rostoucí hodnotou znázorňovaného jevu.

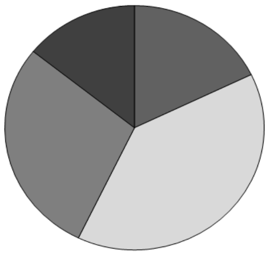
Obrázek 21: Jednoduché diagramy



Zdroj: vlastní tvorba

Někdy diagramy vyjadřují nejenom kvantitu, ale i kvalitu znázorňovaného jevu nebo charakteristiky. V takových případech mluvíme o diagramech strukturních (obrázek 22). Diagram, který představuje 100 % zobrazovaného jevu (počet věřících), je rozdělen na dílčí složky (náboženská příslušnost).

Obrázek 22: Strukturní diagram

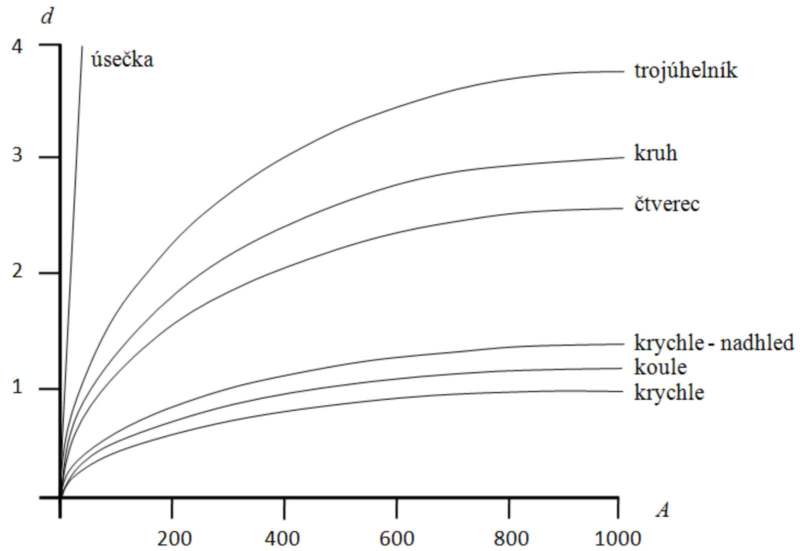


Zdroj: vlastní tvorba

K tomu, aby bylo možné zjistit z diagramů skutečné kvantitativní hodnoty prvků obsahu mapy, je zapotřebí mít k dispozici tzv. hodnotové diagramové měřítko. Hodnotové diagramové měřítko je nezbytnou součástí kartodiagramu a slouží k odvození velikosti znaku (diagramu). Z matematického pohledu se jedná o funkci, která přiřadí velikosti znaku kvantitativní hodnotu určitého jevu. Platí tedy, že kvantitativní hodnota je přímo úměrná velikosti znaku. Velikost znaku obvykle odpovídá jeho délce, ploše nebo objemu.

Jak správně vybrat diagramový znak? Vše záleží na souboru dat, z kterých chceme kartodiagram vytvořit. V případě, že je variační rozpětí dat (tedy rozdíl mezi maximální a minimální hodnotou) poměrně malé, můžeme hodnotu datového souboru položit rovnu délce znaku (poloměru v případě kružnice, šířce nebo výšce v případě čtverce a obdélníku atd.). Pokud hodnoty jevu rostou příliš rychle, je lepší volit pro výpočet velikosti znaku obsah známých geometrických útvarů. Důležité je správně vybrat vhodný geometrický útvar, podle jehož obsahu budeme velikost znaku počítat, protože obsahy různých geometrických útvarů rostou v závislosti na velikosti stran různě rychle. V případě čtverce se velikost znaku počítá ze vztahu $s = \sqrt{P}$, v případě kružnice ze vztahu $r = \sqrt{P/\pi}$, kde za P dosazujeme velikost jevu (např. počet obyvatel). V posledním případě můžeme velikost znaku vypočítat z objemu těles. Nejčastěji se jedná o objem krychle či koule. Toho se ale příliš nevyužívá, protože by znaky v podobě těles nešly zakreslit do mapy, a tak by byla potřeba speciálních technologií, abychom je mohli vidět v prostoru. V případě krychle vycházíme ze vztahu $a = \sqrt[3]{V}$, v případě koule ze vztahu $r = \sqrt[3]{3V/4\pi}$, kde *V* odpovídá velikosti jevu.

Obrázek 23: Srovnání závislostí velikosti stran na vyjadřovaném množství



Zdroj: upraveno podle Hojovec 1987

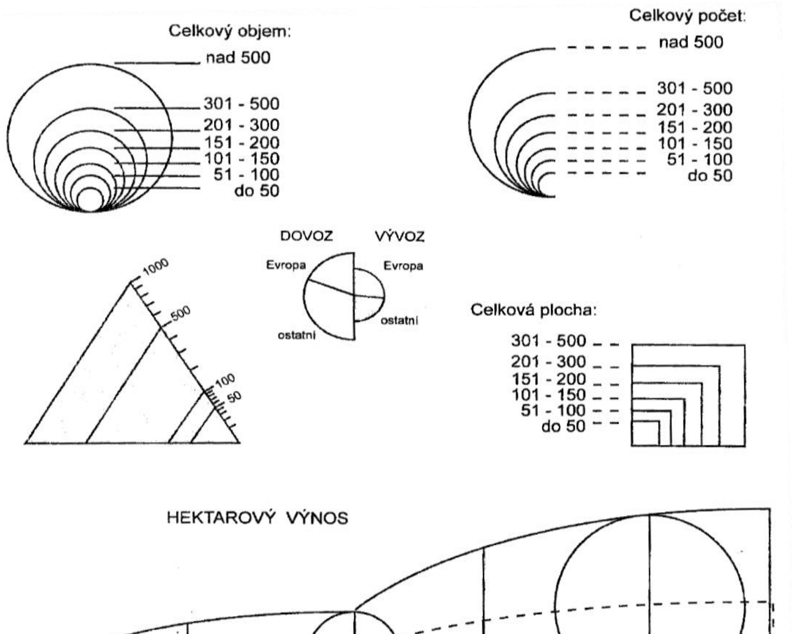
Poznámka: *A* značí hodnotu z datového souboru, *d* je velikost znaku (diagramu).

Vedle přímého vztahu mezi hodnotou jevu a velikostí znaku existuje i vztah nepřímý. Tohoto vztahu využíváme tehdy, když mají hodnoty jevu tak velké variační rozpětí, že bychom je potřebovali přepočítat do objemu nějakého tělesa. Ovšem tělesa nelze zakreslit na mapu, a tak je nahradíme diagramovým znakem z dvojdimenzionálního prostoru.

Místo rovnic pro výpočet obsahu či objemu můžeme také v některých případech zvolit vhodné elementární funkce (např. logaritmickou), které utlumí nárůst hodnot jevů a tím i velikost znaku.

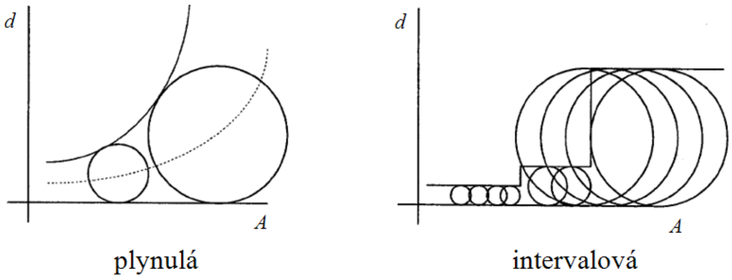
Hodnotové měřítko má nejčastěji podobu srovnávacího obrazce, diagramu či velikostní stupnice. Příklady různých podob hodnotových měřítek ukazuje obrázek 24. Rozlišujeme stupnice plynulé a intervalové (viz obrázek 25). V plynulé stupnici má každá hodnota jevu svůj diagramový znak individuální velikosti. Nevýhodou plynulých stupnic je to, že bez přeměřování není na první pohled vždy zřejmá velikost příslušného diagramu. To je zase velkou předností stupnic intervalových. Intervalové stupnice vznikají tak, že hodnoty jevu rozdělíme do intervalů a pak ke každému intervalu přiřadíme diagramový znak určité velikosti.

Obrázek 24: Příklady hodnotových měřítek



Zdroj: Voženílek 2001

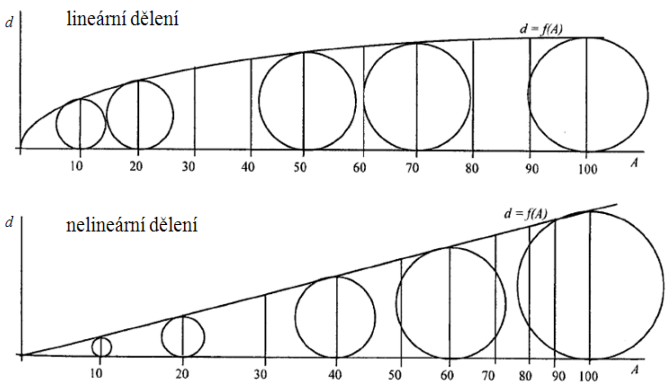
Obrázek 25: Stupnice plynulá a intervalová



Zdroj: Voženílek 2001

Stupnici hodnotového měřítka dělíme buď lineárně, nebo nelineárně, tj. logaritmicky (viz obrázek 26). Toto dělení způsobuje exponenciální či přímkový průběh grafu hodnotového měřítka. Na mapách se ve většině případů setkáváme s lineárním dělením hodnotového měřítka.

Obrázek 26: Lineární a nelineární dělení velikostní stupnice



Zdroj: Voženílek 2001

Praktické využití

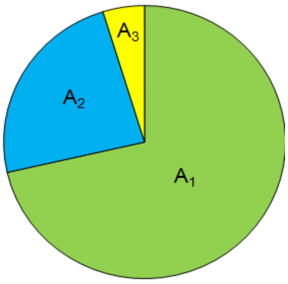
Kartodiagramy vyjadřují absolutní hodnoty velikosti jevu, které se vztahují ke konkrétnímu bodu nebo k dílčímu území. Zprostředkovávají informace o určitém území mnohem přehledněji než pouhý soupis statistických dat. Proto je potřeba, aby se s kartodiagramy žáci dostali při hodinách zeměpisu do kontaktu, aby s nimi uměli pracovat a věděli, jak z nich získají potřebné informace. Metoda kartodiagramu je jednou z metod, pomocí které si žáci mohou při výuce sestavit vlastní tematickou mapu.

Vzorový příklad

Zadání: Na základě předložených statistických dat o struktuře jevu A vytvořte strukturní diagram.

	Celkový podíl na jevu *A*
A_1	x_1 %
A_2	x_2 %
A_3	x_3 %

Řešení: Plocha diagramu odpovídá 100 %. Tento diagram rozdělíme v tomto případě na tři výseče, přičemž každá výseč odpovídá údajům z tabulky. Pro konkrétní hodnoty $x_1 = 70$ %, $x_2 = 25$ %, $x_3 = 5$ % vypadá diagram takto:



Vzorový příklad

Zadání: Pro každou hodnotu pozorovaného jevu A uvedenou v tabulce vypočítejte velikost diagramového znaku, získanou

a) ze vzorce pro obsah kruhu,

b) ze vzorce pro objem koule.

	Velikost znaku	
Jev *A*	$r =$	$r =$
x_1		
x_2		
. . .		
x_m		

Řešení: Obsah kruhu se vypočítá ze vzorce a objem koule ze vzorce. Hodnoty jevu *A* dosazujeme v případě a) za proměnnou *P*, v případě b) za proměnnou *V*.

	Velikost znaku	
Jev *A*	$r = \sqrt{P/\pi}$	$r = \sqrt[3]{3V/4\pi}$
x_1	$r = \sqrt{x_1/\pi}$	$r = \sqrt[3]{3x_1/4\pi}$
x_2	$r = \sqrt{x_2/\pi}$	$r = \sqrt[3]{3x_2/4\pi}$
. . .	. . .	. . .
x_m	$r = \sqrt{x_m/\pi}$	$r = \sqrt[3]{3x_m/4\pi}$

Vzorový příklad

Zadání: Z uvedených statistických dat vytvořte pro kartodiagram hodnotové měřítko s intervalovou stupnicí.

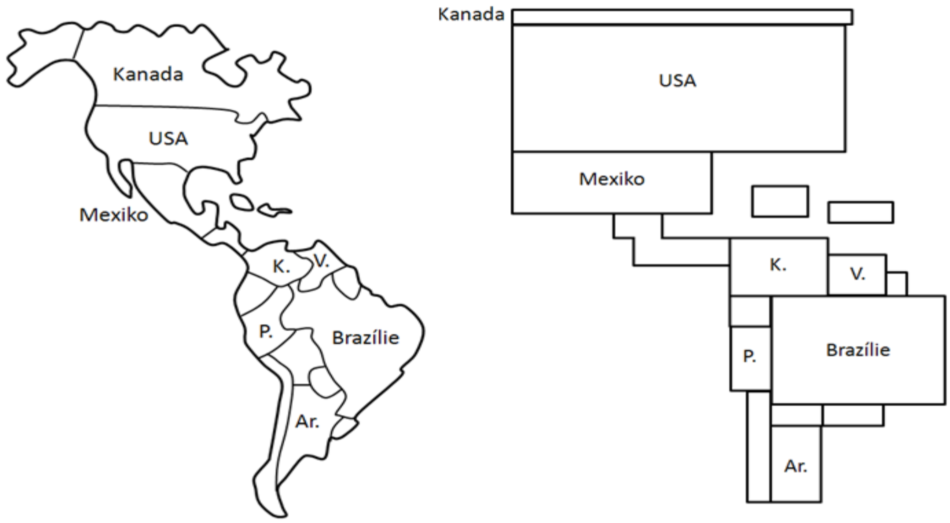
Řešení: Soubor dat rozdělíme do intervalů podobně jako při sestavování intervalové stupnice v případě kartogramů. Určíme rozpětí jednotlivých intervalů. Zvolíme podobu diagramového znaku (např. kruh). Poté ke každému intervalu přiřadíme diagram o velikosti odpovídající většinou hodnotě středu intervalu. Musíme při tom dbát, aby výsledná mapa byla přehledná a čitelná. Tzn., že diagramy neděláme příliš malé nebo příliš velké. Snažíme se také o to, aby bylo na první pohled zřejmé, do kterého intervalu jednotlivé diagramy patří. Zvolíme podobu hodnotového měřítka.

4.2.3 Kartografická anamorfóza

Velice zajímavá metoda, která se používá v tematické kartografii, je metoda tzv. kartografické anamorfózy. Kartografická anamorfóza je „přeměna geografické mapy a jejího obsahu podle určitých pravidel tak, aby bylo umožněno výraznější vyjádření geografického obsahu mapy“ (Murdych 1988, s. 203). Rozeznáváme dva druhy kartografické anamorfózy – obecnou a radiální.

Metoda obecné anamorfózy je rozšířenější. Dochází při ní k přeměně velikosti a tvaru plochy územních jednotek (např. okresů, krajů, států). Velikost plochy územních jednotek odpovídá velikosti (kvantitě) znázorňovaného jevu a tvar územních jednotek je přeměněn do nějakého jednoduchého pravoúhlého geometrického obrazce, například obdélníka. Při této metodě se musí dodržovat dvě základní pravidla – i přes zjednodušení se snažit co nejvíce zachovat původní tvar územních jednotek a neporušit sousedství územních jednotek. Obecnou anamorfózou se nejčastěji zobrazuje počet obyvatel. Na obrázku 27 můžeme porovnat běžnou mapu a mapu, která byla vytvořena metodou obecné anamorfózy. Plocha jednotlivých států na běžné mapě se přepočítává pomocí měřítka z odpovídající plochy států ve skutečnosti. Naproti tomu plocha států na mapě s obecnou anamorfózou odpovídá počtu obyvatel v daném státě. Státy s méně než 5 miliony obyvatel byly sloučeny se sousedními zeměmi (Střední Amerika). Skutečný tvar států byl nahrazen (až na oblast Střední Ameriky) obdélníkem.

Obrázek 27: Srovnání běžné mapy a obecné anamorfózy

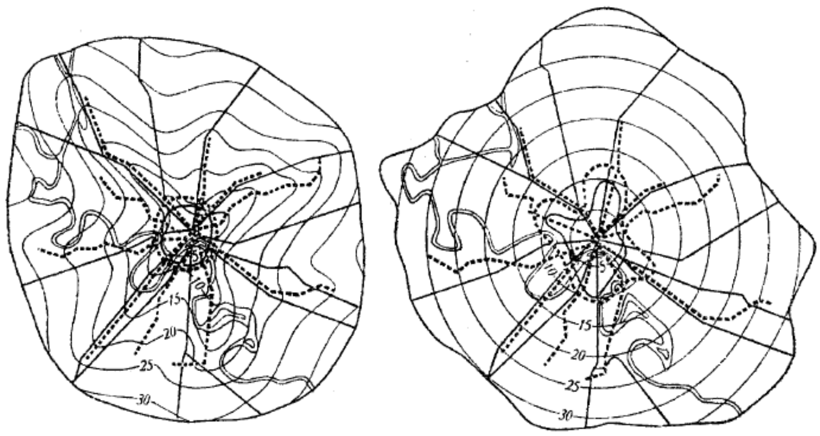


Zdroj: upraveno podle Čapek 1992

Poznámka: Běžná mapa vlevo, obecná anamorfóza vpravo.

Vedle obecné anamorfózy se můžeme setkat i s radiální anamorfózou (viz obrázek 28). Při radiální anamorfóze dochází „k vyjádření velikosti znázorňovaného jevu (např. časové dosažitelnosti) pomocí vzdálenosti od centra, přičemž směr zůstává zachován“ (Čapek 1992, s. 191). Tento typ se používá v případech, kdy přílišné nakupení geografických jevů na určitém území způsobuje na mapě nepřehlednost a nečitelnost. Často se jedná o města a jejich zázemí.

Obrázek 28: Srovnání běžné mapy a radiální anamorfózy



Zdroj: Voženílek 2001

Poznámka: Běžná mapa vlevo, radiální anamorfóza vpravo

Praktické využití

Při výuce kartografie se může kartografická anamorfóza uvést jako zajímavý příklad metody, která se používá při tvorbě tematických map. Kartografickou anamorfózu žáci využijí v případě, chtějí-li zvýraznit nějaký jev, který by jinak nevynikl. Procvičí při ní práci se statistickými daty a obsahy jednoduchých geometrických útvarů. Důležité budou také jejich znalosti o geografické poloze zobrazovaného území a v poslední řadě i jejich zručnost, protože není vždy jednoduché zachovat tvar a hranice územních jednotek.

Vzorový příklad

Zadání: Metodou kartografické anamorfózy vytvořte mapu území *X*, která bude vyjadřovat jev *A*.

Řešení: Velikost plochy dílčích územních jednotek odpovídá velikosti znázorňovaného jevu a tvar územních jednotek přeměníme do jednoduchého pravoúhlého obrazce. Při vytváření mapy musíme dávat pozor na to, aby se zachoval přibližný tvar a hranice územních jednotek tak, abychom nejlépe vystihli původní podobu území *X*.

5 Sbírka úloh propojující kartografické vědomosti a matematické dovednosti

Vazby kartografie a matematiky lze nejlépe ukázat na konkrétních početních příkladech. Proto jsem k vybraným kapitolám z geografické a tematické kartografie sestavila sbírku úloh, při jejichž řešení žáci využívají kartografické vědomosti a matematické dovednosti.

Sbírka vznikla v návaznosti na kapitolu 4. Tomu odpovídá i tematické rozdělení jednotlivých úloh. Klíč k řešení je umístěn na konci sbírky. Matematické dovednosti, kterých je potřeba k výpočtům jednotlivých příkladů, nepřesahují rámec matematických dovedností získaných na druhém stupni základních škol nebo nižším stupni víceletých gymnázií.

Statistická data potřebná v zadání a v řešení některých úloh jsem čerpala ze stránek Českého statistického úřadu (http://www.czso.cz - Statistická ročenka České republiky 2009, Česká republika od roku 1989 v číslech) a Geografického portálu (http://zemepis.com - Státy podle počtu obyvatel, Státy podle počtu obyvatel s AIDS). Podkladové mapy jsem získala z mapového serveru Mapy.cz (http://mapy.cz) nebo z Portálu veřejné správy České republiky (http://geoportal.cenia.cz), nebo je vytvořila pomocí databáze ArcGIS. Pokud není uvedeno jinak, tak obrázky doplňující zadání či řešení úloh je má vlastní tvorba.

Předložená sbírka úloh nachází několik uplatnění. Lze s ní pracovat přímo v hodině zeměpisu, kdy může posloužit k procvičování či závěrečnému ověřování znalostí a dovedností. Nebo si žáci mohou jednotlivé úlohy vypracovávat samostatně v rámci domácí přípravy. Zároveň může být zdrojem aplikačních úloh pro výuku matematiky na 2. stupni základních škol či nižším stupni víceletých gymnázií.

5.1 Zadání úloh

5.1.1 Měřítko na mapě a glóbu

1) Na mapě jsou od sebe dvě místa vzdálená 12,5 cm. Určete skutečnou vzdálenost těchto míst, jestliže víte, že měřítko mapy je 1 : 150 000.

2) Vypočítejte skutečné rozměry fotbalového hřiště, které má na plánu města s měřítkem 1 : 5 000 rozměry 2,1 x 1,4 cm. Jak dlouho bude trvat, než se poseká celé hřiště, když sekačka pracuje rychlostí 25 m^2/min?

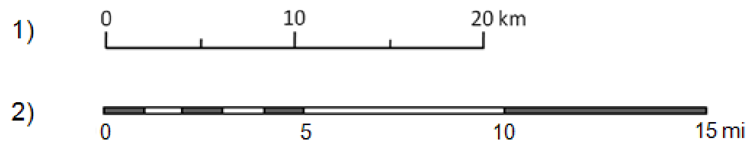
3) Jaká je skutečná výměra jabloňového sadu v akrech, který má na mapě katastrálního území s měřítkem 1 : 1 000 obsah 102,4 cm^2?

4) Vzdálenost dvou míst, která je ve skutečnosti 547 yardů, odpovídá 2 palcům na mapě. V metrických jednotkách určete číselné měřítko mapy a navrhněte měřítko grafické.

5) Vypočítejte délku ortodromy, kterou byste naměřili na glóbu s měřítkem 1 : 40 000 000, kdybyste spojili Prahu s Reykjavíkem, jestliže víte, že ve skutečnosti jsou od sebe tato města vzdálená 1 640 mil. Výsledek zaokrouhlete na jednotky a správnost výpočtu ověřte přímým měřením na mapě Evropy s odpovídajícím měřítkem.

6) Vytvořte plánek plaveckého areálu s měřítkem 1 : 400, kde bude znázorněn plavecký bazén o rozměrech 100 x 52 stop, dětský bazén o rozměrech 32 x 32 stop a dvě vířivky s kruhovým půdorysem o poloměru 6,5 stop.

7) Na obrázku jsou znázorněna grafická měřítka ze dvou různých map. Zjistěte zmenšení obou map a určete, na které mapě jsou vzdálenosti zmenšeny více.



8) Plošné měřítko mapy, na kterém je fotbalové hřiště znázorněno jako obdélník o rozměrech 2 x 1,3 cm, je 1 : 25 000 000. Vypočítejte skutečnou plochu hřiště v akrech.

9) Vypočítejte poloměr glóbu, jestliže víte, že měřítko glóbu je 1 : 20 000 000. Výsledek zaokrouhlete na jednotky.

10) Je dán glóbus s délkou rovníku 49,5 palců. Vypočítejte měřítko glóbu.

11) Jaké největší měřítko by mohla mít mapa České republiky, aby se její mapové pole vešlo na formát A5?

12) Místa A a B jsou od sebe vzdálená vzdušnou čarou 15,5 mil a na mapě byla mezi nimi naměřena vzdálenost 1,64 stop. Určete měřítko mapy v metrických jednotkách a klasifikujte mapu podle měřítka.

13) Vzdálenost dvou míst jsou přibližně 3 zeměpisné míle. Vypočítejte vzdálenost těchto dvou míst na mapě s měřítkem 1 : 200 000.

5.1.2 Měření na mapách

1) Určete měřítko mapy na obrázku, když víte, že vzdušná vzdálenost Prahy od Plzně je přibližně 80 km. Navrhněte měřítko grafické.

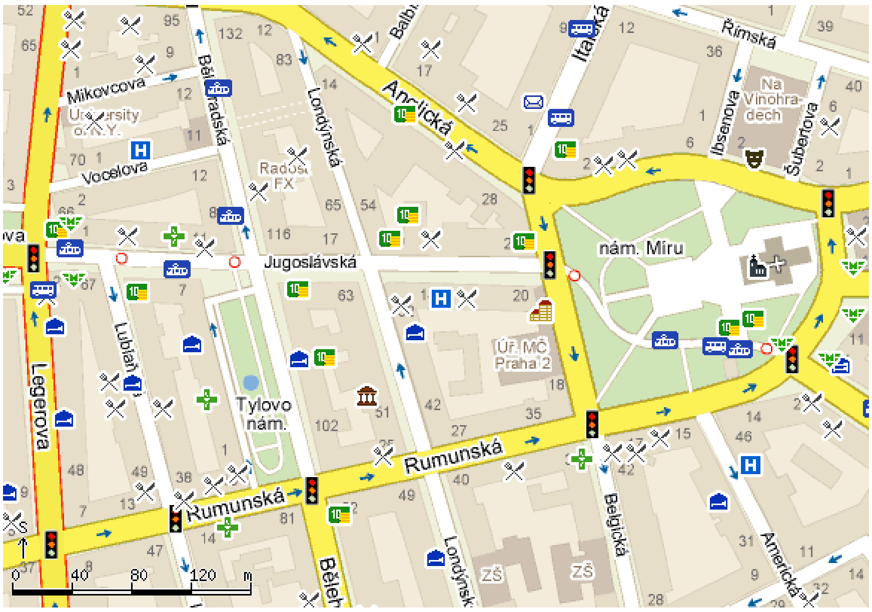
Zdroj: http://geoportal.cenia.cz (15. 3. 2010)

2) Na obrázku je plán části města Prahy.

a) Jaké skutečné vzdálenosti odpovídá na plánu délka 1 cm?

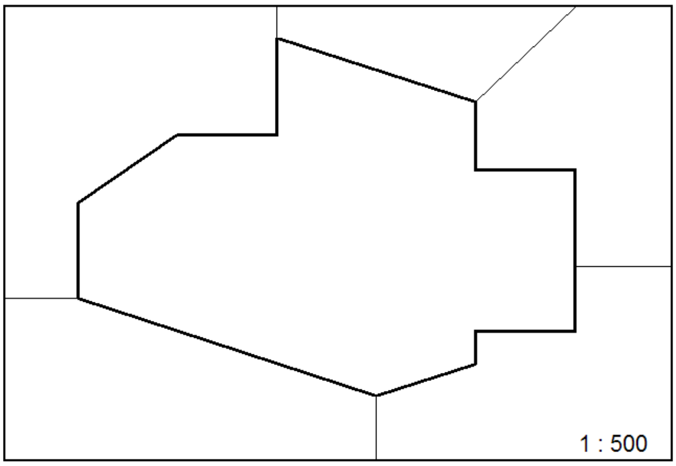
b) Zjistěte skutečnou délku Jugoslávské ulice.

c) Vypočítejte délku Jugoslávské ulice na plánu s měřítkem 1 : 2 000.



Zdroj: http://www.mapy.cz (21. 3. 2010)

3) Vypočítejte skutečnou výměru pozemku znázorněného na mapě s měřítkem 1 : 500.

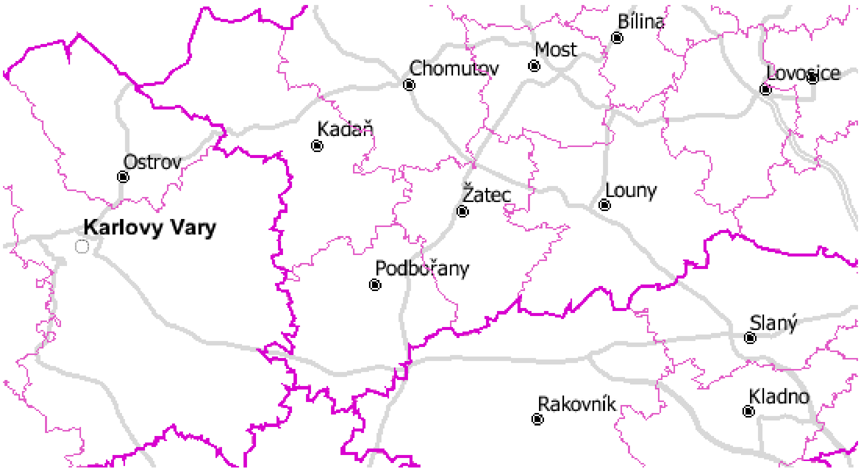


4) Pracujte s přiloženou mapou. Vypočítejte, jaký úhel svírají spojnice měst:

   a) Karlovy Vary – Kladno a Kladno – Chomutov,

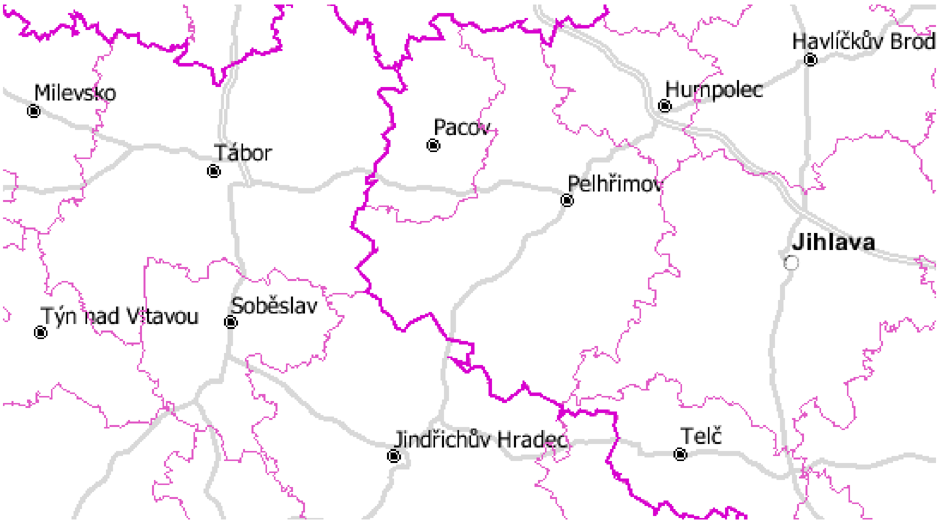
   b) Bíliny – Slaného a Slaného – Lovosic.

   Své výsledky ověřte měřením v mapě za pomoci úhloměru.



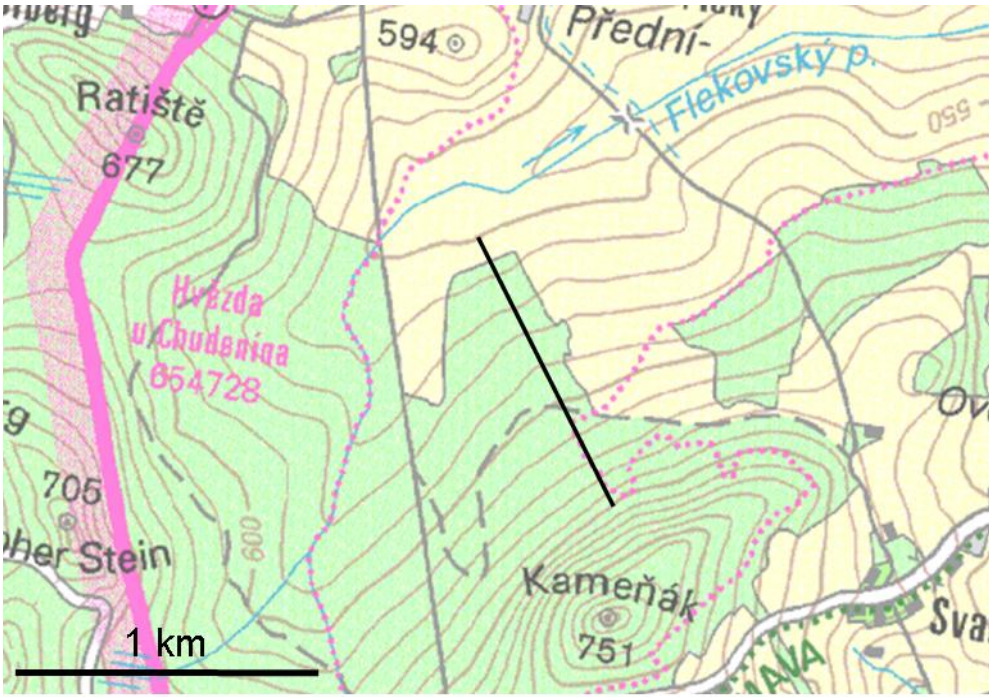
Zdroj: http://geoportal.cenia.cz (15. 3. 2010)

5) Pracujte s přiloženou mapou. Vypočítejte, pod jakým azimutem se nachází nejkratší spojnice měst Pelhřimov – Jindřichův Hradec. Správnost svého výpočtu ověřte na mapě pomocí úhloměru.



Zdroj: http://geoportal.cenia.cz, (15. 3. 2010)

6) Vypočítejte sklon svahu na obrázku.



Zdroj: http://geoportal.cenia.cz, (3. 5. 2010); úprava

7) Pracujte s mapou České republiky.

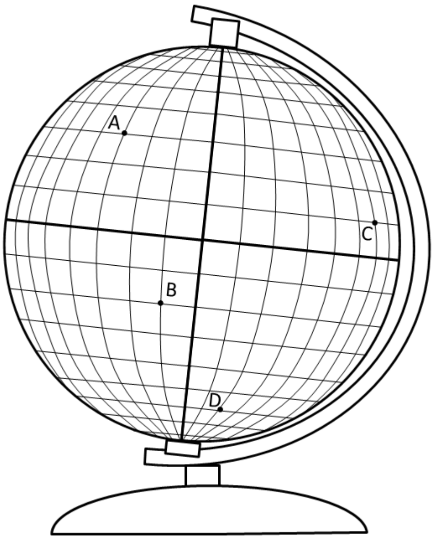
a) Jaké město najdete asi 30 km od Mariánských Lázní pod azimutem 135°?

b) Jaké město najdete asi 75 km od Českých Budějovic pod azimutem 45°?

c) Jaké město najdeme asi 25 km od Zlína pod azimutem 60°?

5.1.3 Souřadnicové systémy

1) Na obrázku je vyobrazen glóbus se zeměpisnou sítí. Rovník a nultý poledník jsou zvýrazněny tučně.
   a) Určete zeměpisné souřadnice bodů vyznačených na obrázku.
   b) Do obrázku zakreslete polohu Prahy, Dakaru, Recife a Durbanu.



2) Pracujte se školním atlasem světa. Určete pomocí zeměpisných souřadnic polohu následujících měst:
   a) Anchorage
   b) Rostov na Donu
   c) Guayaquil
   d) Baku
   e) Kolamba

   Mezi těmito městy a Prahou vypočítejte časový rozdíl.

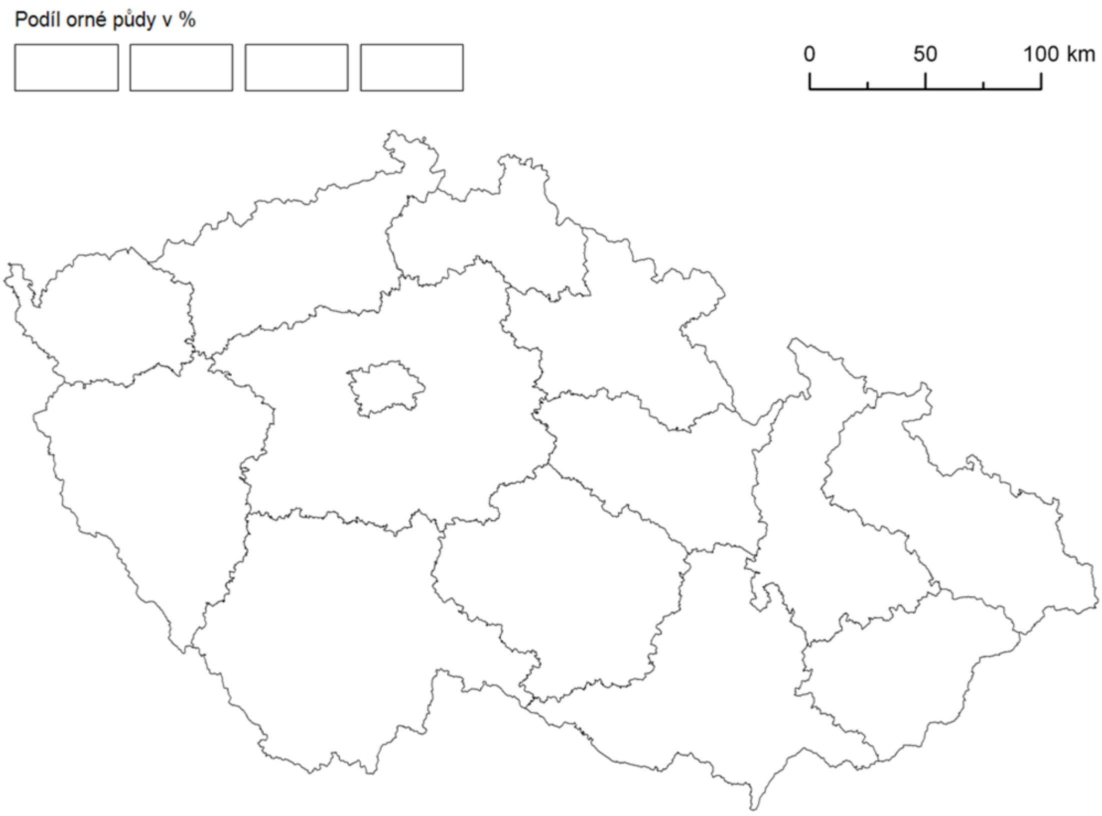
3) Pracujte se školním atlasem světa. Zjistěte, kterým místům na zemském povrchu odpovídají následující zeměpisné souřadnice:
   a) 90° z. d., 35° s. š. (město)
   b) 90° v. d., 40°s. š. (jezero)
   c) 155° z. d., 19° s. š. (sopka)
   d) 12° v. d., 44° s. š. (stát)
   e) 4° v. d., 40° s. š. (ostrov)

5.1.4 Kartogramy

1) Podle údajů v tabulce o podílu orné půdy na celkové rozloze krajů v roce 2009 dokončete kartogram. Data roztřiďte do čtyř intervalů. Pro kvantitativní rozlišení daného jevu navrhněte vhodný rastr.

Kraj	**Podíl orné půdy v %**
Hlavní město Praha	30,6
Středočeský	50,2
Jihočeský	31,6
Plzeňský	34,7
Karlovarský	16,7
Ústecký	34,5
Liberecký	21,4
Královéhradecký	40,5
Pardubický	44,2
Vysočina	46,9
Jihomoravský	49,7
Olomoucký	39,7
Zlínský	31,6
Moravskoslezský	32

Zdroj: Statistická ročenka České republiky 2009

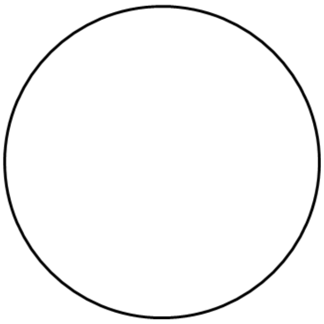


Zdroj: Datová sada ArcČR

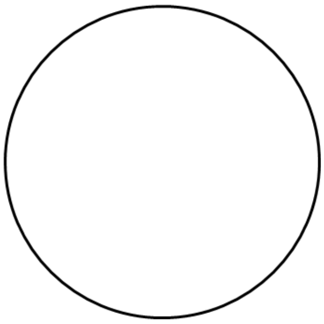
5.1.5 Diagramy a kartodiagramy

1) Na stránkách Českého statistického úřadu vyhledejte údaje o nejvyšším ukončeném vzdělání obyvatel ČR starších 15 let v roce 1980 a 2001 a doplňte tabulku. Poté pro rok 1980 a 2001 vytvořte diagramy zobrazující strukturu tohoto jevu.

	Rok sčítání			
	1980	1980 (v %)	2001	2001 (v %)
Celkem				
Základní				
Střední bez maturity				
Střední s maturitou				
Vysokoškolské				



1980



2001

2) Pro každou hodnotu pozorovaného jevu A uvedenou v tabulce vypočítejte velikost diagramového znaku, získanou

a) ze vzorce pro obsah kruhu,

b) ze vzorce pro objem koule.

	Velikost znaku	
Jev *A*	$r =$	$r =$
0,2		
0,5		
1,8		
4,3		
10,1		

3) Pro předložená data vytvořte hodnotové měřítko s intervalovou stupnicí.

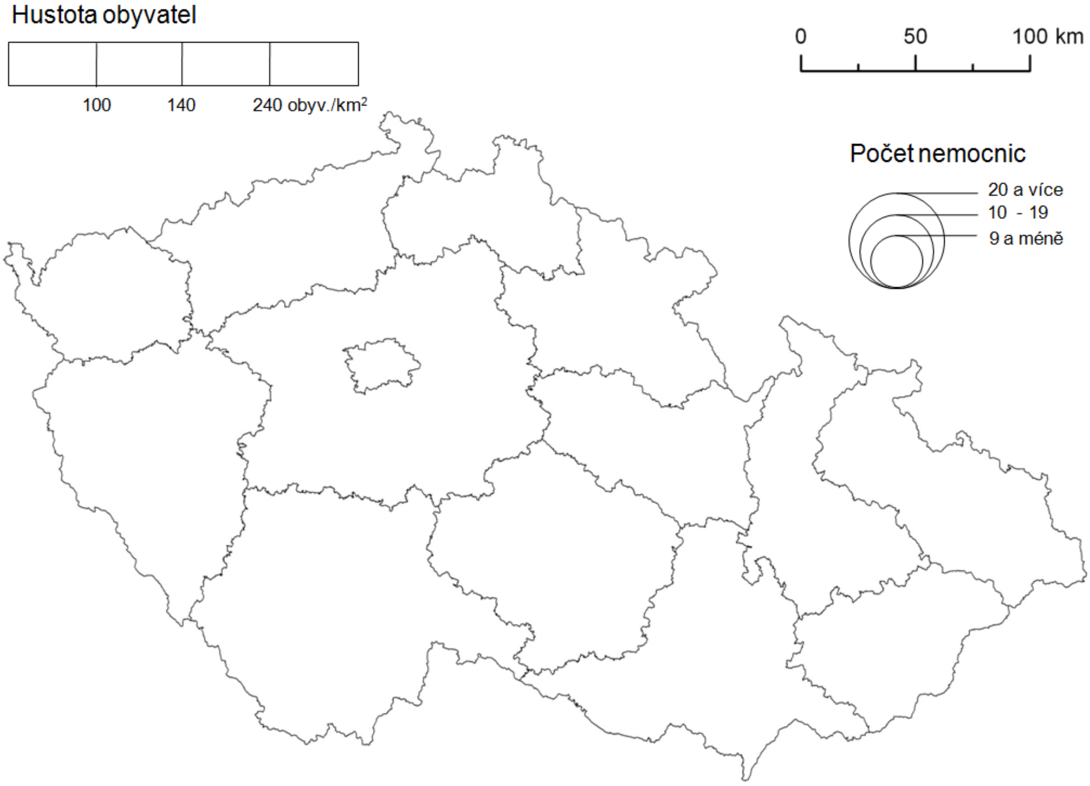
Územní jednotky	**Jev *A***
X_1	1
X_2	13
X_3	6
X_4	27
X_5	3
X_6	10
X_7	15
X_8	29
X_9	22
X_{10}	24
X_{11}	8
X_{12}	19

4) a) Do připravené tabulky s vybranými údaji o krajích za rok 2009 doplňte chybějící údaje o hustotě obyvatel na km^2.

Kraj	**Rozloha území v km^2**	**Počet obyvatel**	**Hustota obyvatel na km^2**	**Počet nemocnic**
Hlavní město Praha	496,1	1 212 097		28
Středočeský	11 014,8	1 201 827		25
Jihočeský	10 056,9	633 264		9
Plzeňský	7 561,0	561 074		10
Karlovarský	3 314,5	307 449		5
Ústecký	5 334,5	831 180		20
Liberecký	3 163,0	433 948		8
Královéhradecký	4 758,5	552 212		11
Pardubický	4 518,7	511 400		10
Vysočina	6 795,7	513 677		6
Jihomoravský	7 195,6	1 140 534		22
Olomoucký	5 266,9	641 791		9
Zlínský	3 963,6	590 780		11
Moravskoslezský	5 427,0	1 249 897		18

Zdroj: Statistická ročenka České republiky 2009

b) Podle údajů v tabulce o počtu nemocnic v jednotlivých krajích dokončete kartodiagram, jehož podkladem bude kartogram zobrazující hustotu obyvatel na km^2. Použijte připravenou stupnici pro hustotu obyvatel a hodnotové měřítko pro počet nemocnic.



Zdroj: Datová sada ArcČR

5.1.6 Kartografická anamorfóza

1) Ve školním atlase Evropy nebo na internetu vyhledejte údaje o počtu obyvatel v evropských zemích. Metodou kartografické anamorfózy vyjádřete počet obyvatel v Evropě.

2) Metodou kartografické anamorfózy vytvořte mapu znázorňující počet obyvatel nakažených nemocí AIDS ve státech Severní a Jižní Ameriky. Potřebná data vyhledejte na internetu.

5.2 Klíč k řešení úloh

5.2.1 Měřítko na mapě a glóbu

1) Úlohu lze řešit dvěma způsoby.

   1. způsob: m = 150 000, MV = 12,5 cm.

   $SV = m * MV$ = 150 000 * 12,5 = 1 875 000 cm = 18,75 km.

   2. způsob: Příklad řešíme pomocí trojčlenky:

1 cm v mapě	150 000 cm ve skutečnosti
12,5 cm v mapě	x cm ve skutečnosti

   12,5 : 1 = x : 150 000

   x = 1 875 000 cm = 18,75 km

   Skutečná vzdálenost míst je 18,75 km.

2) m = 5000. Označíme a = 2,1 cm, b = 1,4 cm. Ze vztahu $m = SV : MV$ vyjádříme SV. Vypočítáme SV pro délku a. $SV_a = m * MV_a$ = 5 000 * 2,1 = 10 500 cm = 105 m. Vypočítáme SV pro délku b. $SV_b = m * MV_b$ = 5 000 * 1,4 = 7 000 cm = 70 m. Skutečné rozměry fotbalového hřiště jsou tedy 105 x 70 m.

   $S = a * b$ = 105 * 70 = 7 350 m^2

   $t = S / v$ = 7 350 / 25 = 294 min. = 4,9 hod.

   Celé hřiště se poseká přibližně za 4,9 hod.

3) Úlohu lze řešit dvěma způsoby.

   1. způsob: Skutečnou výměru získáme ze vztahu $SP = MP * m^2$.

   $SP = MP * m^2$ = 1 000 000 * 102,4 = 102 400 000 cm^2 = 102,4 a = 2,53 ac

   2. způsob: Skutečnou výměru získáme pomocí trojčlenky.

1 cm^2 na mapě	1 000 000 cm^2 ve skutečnosti
102,4 cm^2 na mapě	x cm^2 ve skutečnosti

   x : 1 000 000 = 102,4 : 1

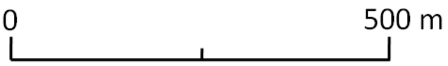
   x = 1 000 000 * 102,4 = 102 400 000 cm^2 = 102,4 a = 2,53 ac

   Výměra sadu je přibližně 2,53 ac.

4) SV = 547 yd. $\doteq$ 500 m = 50 000 cm. MV = 2 in. $\doteq$ 5 cm.

$m = SV : MV$ = 50 000 : 5 = 10 000. Měřítko mapy je 1 : 10 000.

Příslušné grafické měřítko by mohlo vypadat následovně:



5) Úlohu lze řešit dvěma způsoby.

1. způsob: SV = 1 640 mi. $\doteq$ 2 639 km = 263 900 000 cm, m = 40 000 000.

$MV = SV : m$ = 263 900 000 : 40 000 000 $\doteq$ 6,6 cm

2. způsob: Využijeme trojčlenku.

1 cm na glóbu	40 000 000 cm ve skutečnosti
x cm na glóbu	263 900 000 cm ve skutečnosti

x : 1 = 263 900 000 : 40 000 000

$x \doteq$ 6,6 cm

Na glóbu bychom mezi Prahou a Reykjavíkem naměřili 6,6 cm

6) 100 ft. $\doteq$ 30 m, 52 ft. $\doteq$ 16 m, 32 ft. $\doteq$ 10 m, 6,5 ft. $\doteq$ 2 m. Na plánku plaveckého areálu budou mít po přepočtu do měřítka mapy plavecký bazén a dětský bazén rozměry 7,5 x 4 cm a 2,5 x 2,5 cm a vířivky poloměr 0,5 cm.

7) SV_1 = 20 km = 2 000 000 cm, MV_1 = 5 cm.

$m_1 = SV_1 : MV_1$ = 2 000 000 : 5 = 400 000. 1 : m_1 = 1 : 400 000.

SV_2 = 15 mi. $\doteq$ 24,14 km = 2 414 000 cm, MV_2 = 8 cm.

$m_2 = SV_2 : MV_2$ = 2 414 000 : 8 = 301 750 $\doteq$ 300 000. 1 : m_2 = 1 : 300 000

$m_1 > m_2$, tzn., že na mapě č. 1 jsou vzdálenosti zmenšeny více než na mapě č. 2.

8) a = 2 cm, b = 1,3 cm. $S = a * b$ = 2 * 1,3 = 2,6 cm^2. Použijeme trojčlenku.

1 cm^2 na mapě	25 000 000 cm^2 ve skutečnosti
2,6 cm^2 na mapě	x cm^2 ve skutečnosti

x : 25 000 000 = 2,6 : 1

x = 25 000 000 * 2,6 = 65 000 000 cm^2 = 6 500 m^2 = 1,606 ac

Skutečná výměra fotbalového hřiště je 1,606 ac.

9) R = 6 371,11 km = 637 111 000 cm, m = 20 000 000.

$r = R : m$ = 637 111 000 : 20 000 000 = 31, 85555 cm $\doteq$ 32 cm

Poloměr glóbu je 32 cm.

10) 49,5 in. $\doteq$ 125,7 cm. $o = 2\pi r$, r = o / 2π, o = 125,7 cm. r = 125,7 / 2π $\doteq$ 20 cm.

R = 6 371,11 km = 637 111 000 cm.

$m = R : r$ = 637 111 000 : 20 = 31 855 550 cm.

Měřítko glóbu je 1 : 30 000 000.

11) Měřítko mapy České republiky ve školním atlase světa: $1 : m_1$ = 1 : 1 200 000, délka mapového pole České republiky ve školním atlase světa: MV_1 = 42 cm, maximální délka mapového pole na A5: MV_2 = 21 cm.

$SV = MV_1 * m$ = 200 000 * 42 = 50 400 000.

$m_2 = SV : MV_2$ = 50 400 000 : 21 = 2 400 000.

Hledané měřítko je 1 : 2 400 000.

12) SV = 15,5 mi. $\doteq$ 25 km = 2 500 000 cm, MV = 1,64 ft. $\doteq$ 50 cm.

$m = SV : MV$ = 2 500 000 : 50 = 50 000.

Měřítko mapy je 1 : 50 000. Jedná se o mapu velkého měřítka.

13) SV = 3 zeměpisné míle $\doteq$ 22 km = 2 200 000 cm, m = 200 000.

Úlohu lze řešit dvěma způsoby.

1. způsob: $MV = SV : m$ = 2 200 000 : 200 000 = 11 cm.

2. způsob: Využijeme trojčlenku.

1 cm v mapě	500 000 cm ve skutečnosti
x cm v mapě	2 200 000 cm ve skutečnosti

x : 1 = 2 200 000 : 200 000

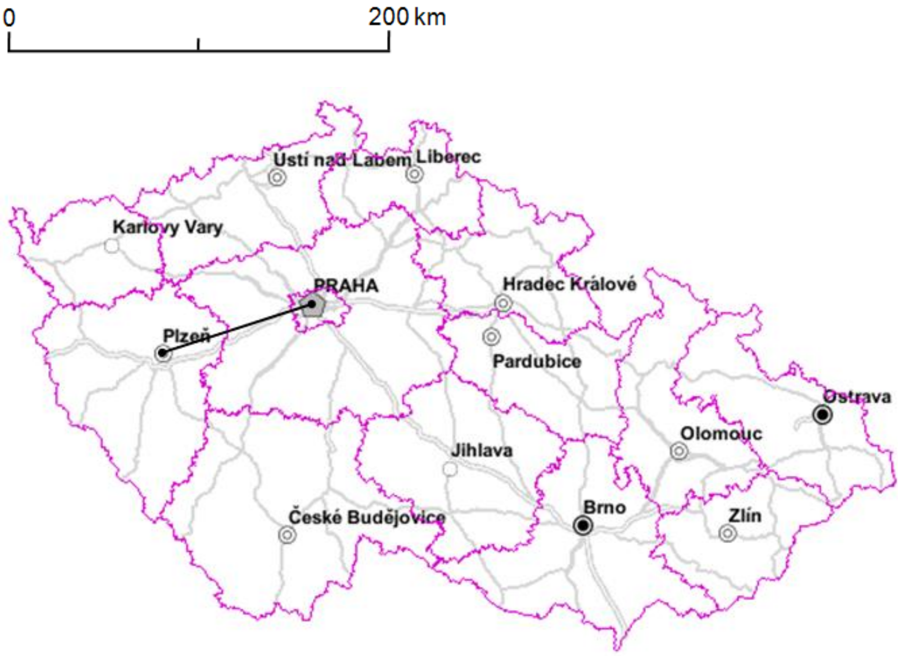
x = 11 cm

Na mapě jsou od sebe místa vzdálena 11 cm.

5.2.2 Měření na mapách

1) MV = 2 cm, SV = 80 km = 8 000 000 cm.
$m = SV : MV$ = 8 000 000 : 2 = 4 000 000.

Měřítko mapy České republiky je 1 : 4 000 000.



Zdroj: http://geoportal.cenia.cz (15. 3. 2010); úprava

2) a) SV = 120 m = 12 000 cm, MV = 2,4 cm. Použijeme trojčlenku.

2,4 cm na mapě 12 000 cm ve skutečnosti

1 cm na mapě x cm ve skutečnosti

x : 12 000 = 1 : 2,4

x = 12 000 : 2,4 = 5 000 cm = 50 m

Vzdálenost, které odpovídá na plánu délka 1 cm, je ve skutečnosti 50 m.

b) Délku Jugoslávské ulice naměřenou na mapě převedeme pomocí měřítka na délku skutečnou. Použijeme trojčlenku.

1 cm na mapě 5 000 cm ve skutečnosti

6,5 cm na mapě x cm ve skutečnosti

x : 5 000 = 6,5 : 1

x = 6,5 * 5 000 = 32 500 cm = 325 m

Skutečná délka Jugoslávské ulice je 325 m.

c) $SV = 325$ m, $m = 2000$. Použijeme trojčlenku.

1 cm na mapě	2 000 cm ve skutečnosti
x cm na mapě	32 500 cm ve skutečnosti

$x : 1 = 32\,500 : 2\,000$

$x = 32\,500 : 2\,000 = 16{,}25$ cm

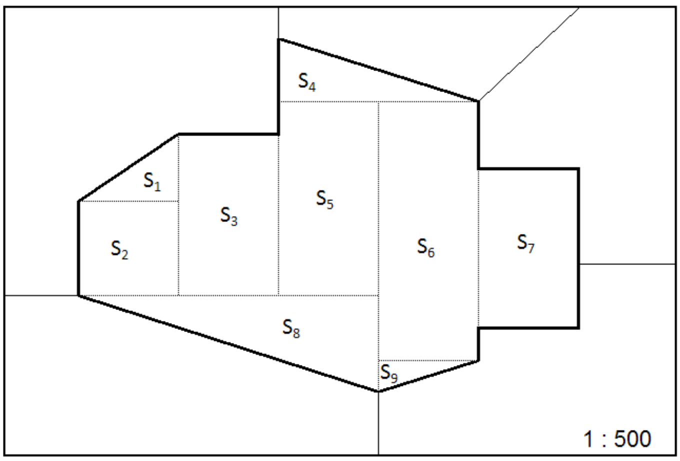
Na plánu s měřítkem 1 : 2 000 měří Jugoslávská ulice 16,25 cm.

Zdroj: http://www.mapy.cz (21. 3. 2010); úprava

3) Úlohu lze řešit dvěma způsoby.

1. způsob: Použijeme milimetrový papír.

2. způsob: Obrazec si rozdělíme na jednoduché geometrické útvary, jejichž plochu umíme snadno vypočítat. Výslednou plochu dostaneme jako součet ploch těchto geometrických útvarů.



4) a) $\sin\alpha_1 = \frac{a}{c} = \frac{3{,}7}{7{,}4}$, $\alpha_1 = 30°$; $\cos\alpha_2 = \frac{b}{c} = \frac{6{,}3}{7{,}4}$, $\alpha_2 \doteq 31{,}64°$; $tg\alpha_3 = \frac{a}{b} = \frac{3{,}7}{6{,}3}$,

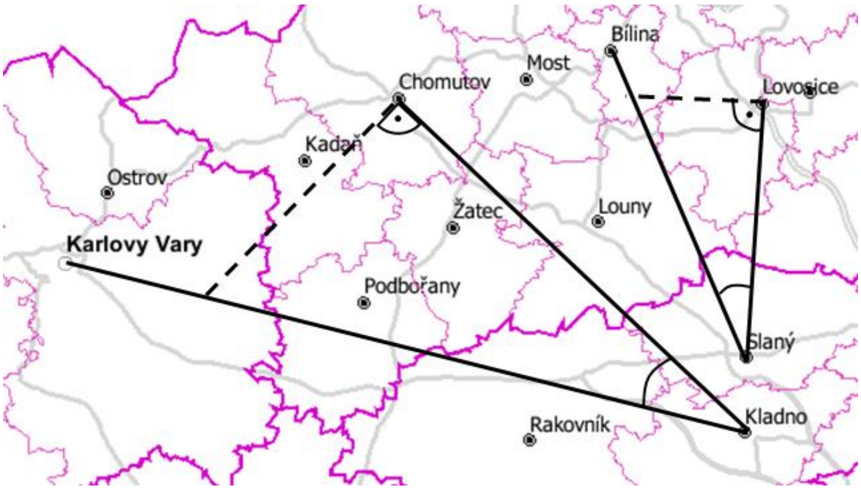
$\alpha_3 \doteq 30{,}43°$. $\alpha = (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3) : 3 = (30° + 31{,}64° + 30{,}43°) : 3 \doteq 30{,}69°$

Spojnice měst svírají úhel o velikosti 30,69°.

b) $\sin\alpha_1 = \frac{a}{c} = \frac{1{,}7}{3{,}8}$, $\alpha_1 \doteq 26{,}57°$; $\cos\alpha_2 = \frac{b}{c} = \frac{3{,}4}{3{,}8}$, $\alpha_2 \doteq 26{,}53°$; $tg\alpha_3 = \frac{a}{b} = \frac{1{,}7}{3{,}4}$,

$\alpha_3 \doteq 26{,}57°$. $\alpha = (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3) : 3 = (26{,}57° + 26{,}53° + 26{,}57°) : 3 \doteq 26{,}56°$

Spojnice měst svírají úhel o velikosti 26,56°.

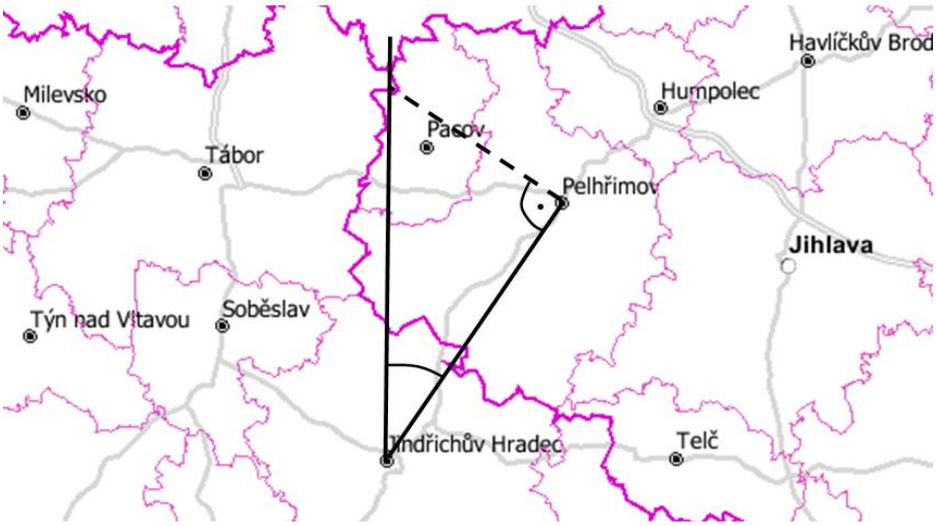


Zdroj: http://geoportal.cenia.cz (15. 3. 2010); úprava

5) $\sin\alpha_1 = \frac{a}{c} = \frac{2{,}7}{4{,}9}$, $\alpha_1 \doteq 33{,}44°$; $\cos\alpha_2 = \frac{b}{c} = \frac{4{,}1}{4{,}9}$, $\alpha_2 \doteq 33{,}20°$; $tg\alpha_3 = \frac{a}{b} = \frac{2{,}7}{4{,}1}$,

$\alpha_3 \doteq 33{,}37°$. $\alpha = (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3) : 3 = (33{,}44° + 33{,}20° + 33{,}37°) : 3 \doteq 33{,}34°$

Nejkratší spojnice zadaných měst se nachází pod azimutem 33,34°.



Zdroj: http://geoportal.cenia.cz (15. 3. 2010); úprava

6) Podle vrstevnic určíme skutečný výškový rozdíl. 650 – 550 = 100 m = 10 000 cm.

Ten pak převedeme do měřítka mapy a získáme Δv.

1 cm na mapě	25 000 cm ve skutečnosti
x cm na mapě	10 000 cm ve skutečnosti

x = 10 000 : 25 000 = 0,4 cm.

Změříme délku *d*. d = 3,5 cm. Δv a *d* dosadíme do vzorce:

$$tg\beta = \frac{\Delta v}{d} = \frac{0,4}{3,5}$$

$$\beta = 6°31'$$

Sklon svahu je 6° 31´.

7) a) Stříbro, b) Pelhřimov, c) Vsetín

5.2.3 Souřadnicové systémy

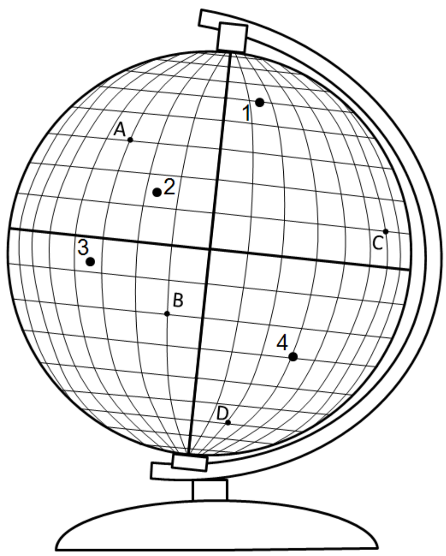
1) a) A – 30° z. d., 30° s. š.,

B – 10° z. d., 20° j. š.,

C – 60° v. d., 10° s. š.,

D – 20° v. d., 60° j. š.

b) Praha = 1, Dakar = 2, Recife = 3, Durban = 4.

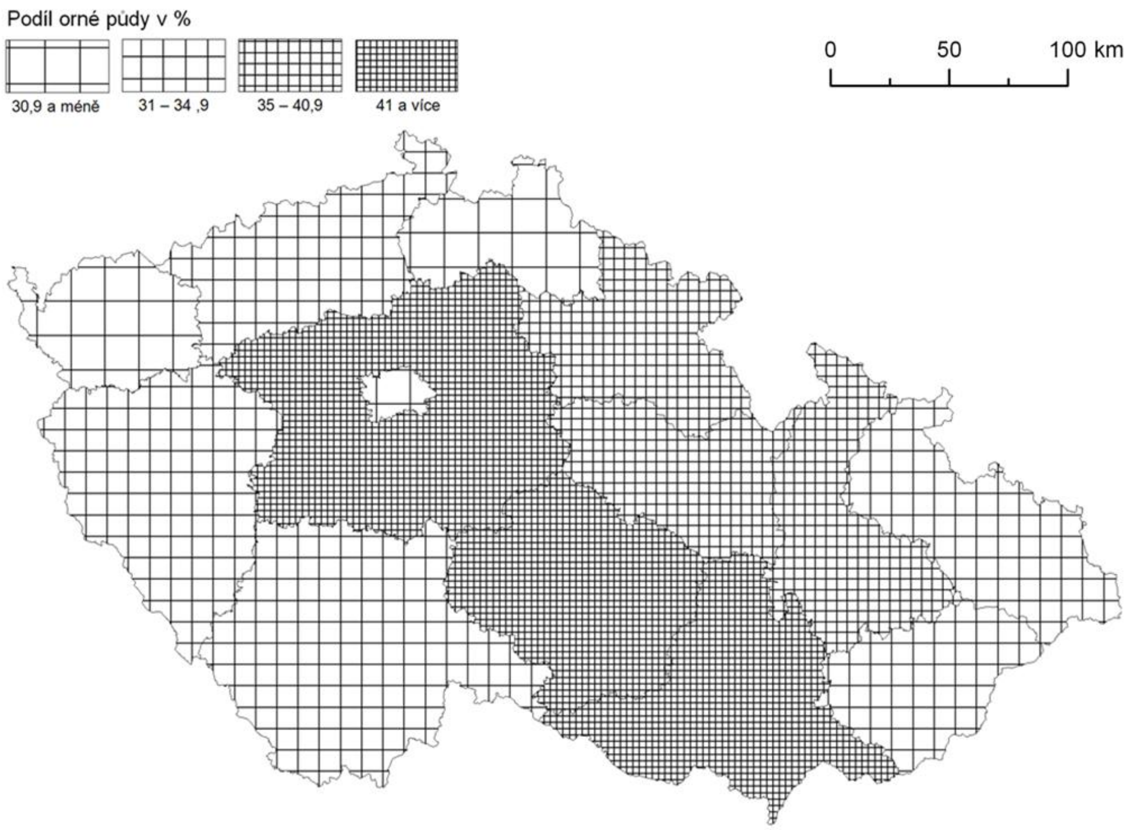


2) a) 150° z. d., 62° s. š., časový rozdíl = 10 hod.;
   b) 40° v. d., 47° s. š., časový rozdíl = 2 hod.;
   c) 80° z. d, 2° j. š., časový rozdíl = 6 hod.;
   d) 50° v. d. 40° s. š., časový rozdíl = 3 hod.;
   e) 80° v. d., 8° s. š., časový rozdíl = 4.30 hod.

3) a) Memphis, b) Lobnor, c) Mauna Loa, d) San Marino, e) Menorca.

5.2.4 Kartogramy

1) Údaje o orné půdě roztřídíme do čtyř intervalů: 30,9 a méně (četnost 3), 31 - 34,9 (četnost 5), 35 – 40,9 (četnost 3), 41 a více (četnost 3). Ke každému intervalu navrhneme vhodný rastr. Výsledná mapa by mohla vypadat zhruba takto:



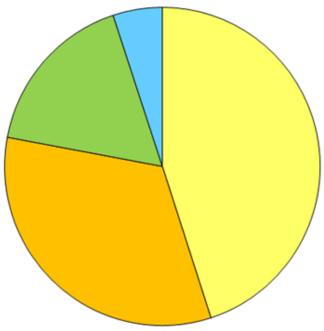
Zdroj: Datová sada ArcČR

5.2.5 Diagramy a kartodiagramy

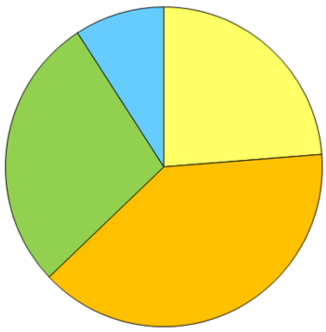
1)

	Rok sčítání			
	1980	1980 (v %)	2001	2001 (v %)
Celkem	7 798 257	100	8 315 999	100
Základní	3 511 734	45,03	1 975 109	23,75
Střední bez maturity	2 566 916	32,92	3 255 400	39,15
Střední s maturitou	1 326 083	17,00	2 323 031	27,93
Vysokoškolské	393 524	5,05	762 459	9,17

Zdroj: Český statistický úřad 2010



1980



2001

2) Velikost znaku je zaokrouhlena na dvě desetinná místa.

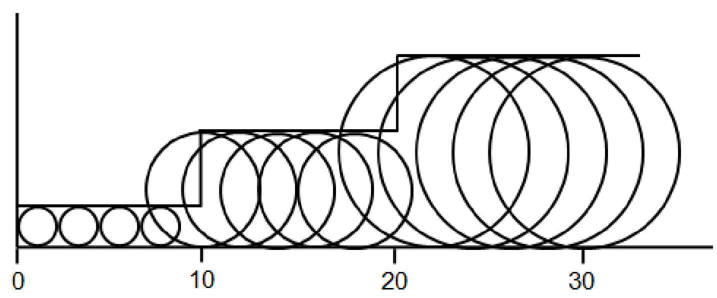
	Velikost znaku	
Jev *A*	$r = \sqrt{P/\pi}$	$r = \sqrt[3]{3V/4\pi}$
0,2	1,4	0,36
0,5	2,22	0,49
1,8	2,38	0,75
4,3	6,51	1,01
10,1	9,98	1,34

3) Data seřadíme a roztřídíme do intervalů.

Územní jednotky	**Jev *A***	
X_1	1	
X_5	3	méně než 10
X_3	6	
X_{11}	8	
X_6	10	
X_2	13	10 - 20
X_7	15	
X_{12}	19	
X_9	22	
X_{10}	24	více než 20
X_4	27	
X_8	29	

Zvolíme tvar digramového znaku (kruh) a pro každý interval určíme velikost diagramového znaku, která bude odpovídat středu intervalu.

Interval	**Střed intervalu**	**Velikost znaku**
méně než 10	5	0,5 cm
10 - 20	15	1,5 cm
více než 20	25	2,5 cm

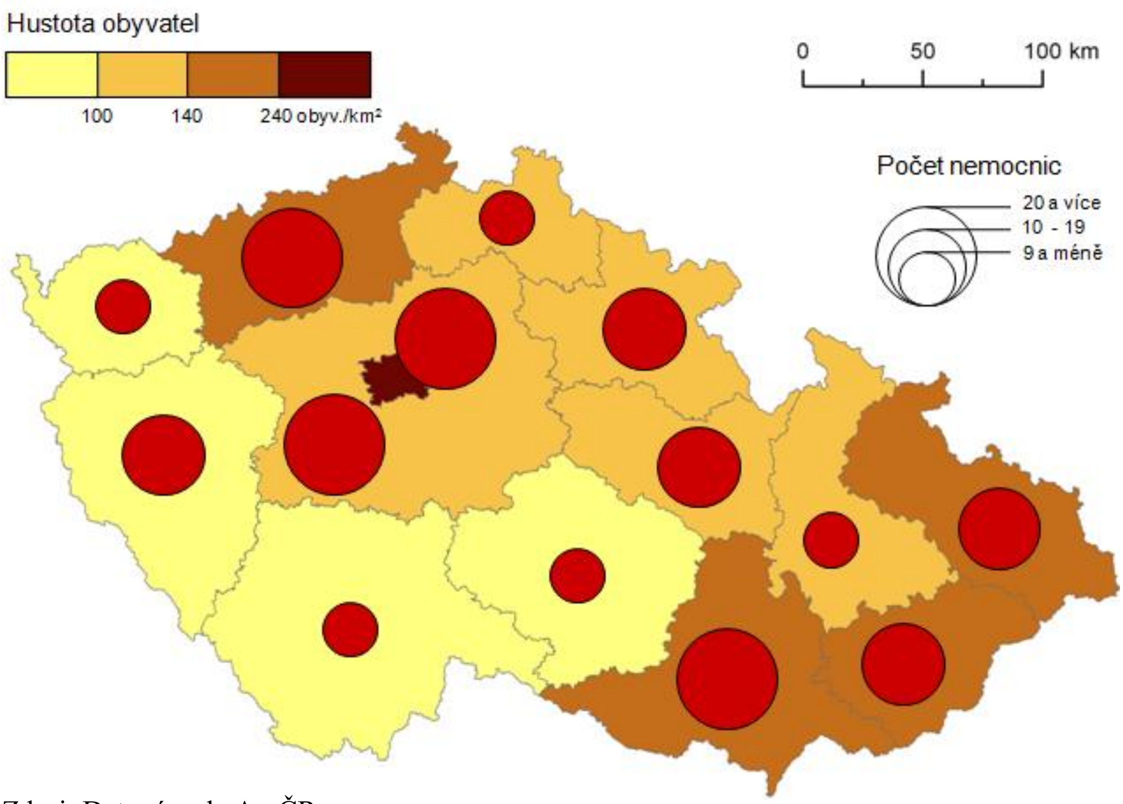


4) a) Hustota obyvatel na km^2 se vypočítá jako podíl počtu obyvatel k rozloze daného kraje v km^2.

Kraj	Rozloha území v km^2	Počet obyvatel	Hustota obyvatel na km^2	Počet nemocnic
Hlavní město Praha	496,1	1 212 097	2443	28
Středočeský	11014,8	1 201 827	109	25
Jihočeský	10056,9	633264	63	9
Plzeňský	7561	561074	74	10
Karlovarský	3314,5	307449	93	5
Ústecký	5334,5	831180	156	20
Liberecký	3163	433948	137	8
Královéhradecký	4758,5	552212	116	11
Pardubický	4518,7	511400	113	10
Vysočina	6795,7	513677	76	6
Jihomoravský	7195,6	1 140 534	159	22
Olomoucký	5266,9	641791	122	9
Zlínský	3963,6	590780	149	11
Moravskoslezský	5427	1 249 897	230	18

Zdroj: Statistická ročenka České republiky 2009

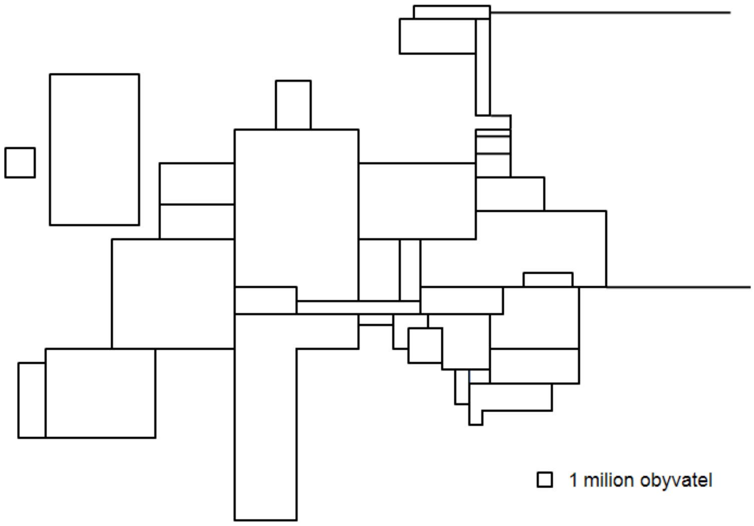
b) Výsledná mapa by mohla vypadat zhruba takto:



Zdroj: Datová sada ArcČR

5.2.6 Kartografická anamorfóza

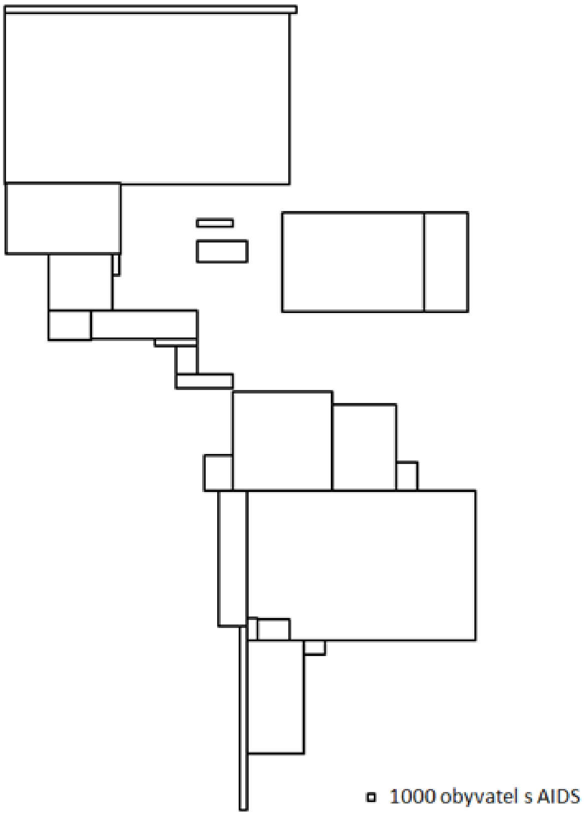
1) Výsledná mapa pro data z roku 2009 by mohla vypadat zhruba takto:



Zdroj dat: http://zemepis.com (4. 5. 2010)

Poznámka: Státy s počtem obyvatel menším než 1 000 000 byly vypuštěny.

2) Výsledná mapa pro data z roku 2003 by mohla vypadat zhruba takto:



Zdroj dat: http://zemepis.com (4. 5. 2010)

6 Závěr

Hlavním cílem mé práce bylo analyzovat vztah geografie, přesněji jednoho z jejích tematických celků – kartografie, a matematiky, jako školních předmětů, a to v několika rovinách. Jednak v kurikulární rovině na základě Rámcového vzdělávacího programu a dále na základě učebnic jakožto důležité pomůcky při vyučování.

V Rámcovém vzdělávacím programu pro gymnázia, jakožto závazného kurikulárního dokumentu pro tvorbu školních vzdělávacích programů, najdeme kartografii pod tematickým okruhem Geografické informace a terénní vyučování, který je součástí vzdělávacího oboru Geografie vzdělávací oblasti Člověk a příroda. Tato vzdělávací oblast kooperuje s různými vzdělávacími oblastmi, a to i se vzdělávací oblastí Matematika a její aplikace, jejímž hlavním úkolem je, aby se žáci naučili aplikovat dovednosti z matematiky v různých oborech. Existenci vzájemného propojení mezi kartografií a matematikou nelze popírat. To potvrzuje rozbor učiva vymezeného RVP kartografii a matematice. Takovéto vzájemné propojení vzdělávacích obsahů předmětů nazýváme mezipředmětový vztah.

Vazbu kartografie a matematiky lze najít i ve středoškolských učebnicích zeměpisu. Na zvoleném vzorku učebnic jsem sledovala výskyt požadovaného učiva, jeho rozpracovanost a vysvětlení a množství příkladů, ve kterých se aplikují matematické dovednosti. Porovnáním učebnic na základě těchto tří hledisek jsem dospěla k názoru, že požadovanému účelu by nejvíce odpovídaly učebnice Zeměpis pro 1. ročník gymnázií a Zeměpis pro 2. ročník gymnázií, ale protože jsou tyto učebnice zastaralé a nejsou již běžně k dostání, nabízí se učebnice Příroda a lidé Země: učebnice zeměpisu pro střední školy. Požadované učivo je zde téměř všechno, ale je vysvětleno velice stručně, takže je potřeba, aby bylo ze strany učitele doplněno nejenom podrobnějším výkladem, ale také příklady k procvičení.

Ačkoliv propojení mezi kartografií a matematikou je velké, v učebnicích je vazbě kartografie a matematiky celkově věnováno málo prostoru. Navíc se již k učebnicím pro střední školy nevydávají pracovní sešity, jako tomu je v případě základních škol. Z toho plyne nedostatek praktických příkladů, které jsou v tomto ohledu velice důležité.

Učitelé jsou tedy odkázáni buď na to, aby čerpali příklady z několika různých učebnic, nebo aby si je vymysleli sami.

Abych podrobněji analyzovala mezipředmětový vztah kartografie a matematiky, věnovala jsem se vybraným kapitolám z kartografie, v nichž je možno aplikovat matematické dovednosti. Vytvořila jsem text se základní teorií a typovými příklady, který by mohli využít učitelé zeměpisu při výuce kartografie. Vycházela jsem především z vysokoškolských učebnic, kde je daná problematika vysvětlena do větších hloubek. Stěžejním zdrojem pro mě byly učebnice Geografická kartografie od R. Čapka a Aplikovaná kartografie I – tematické mapy od V. Voženílka.

K tomuto textu jsem sestavila sbírku kartografických úloh doplněnou klíčem k řešení úloh. Sbírka má ukázat na množství různorodých příkladů, ve kterých se aplikují matematické dovednosti. Příklady mohou sloužit k procvičení dané látky přímo v hodině zeměpisu, nebo je žáci mohou řešit v rámci domácí přípravy. Tato sbírka je určená nejenom pro učitele kartografie, ale i pro učitele matematiky, kteří mohou některé příklady zařadit do svých hodin jako ukázku praktických aplikací matematických dovedností.

Nabízí se otázka, zda by se dala nějakým způsobem propojit výuka kartografie a matematiky. V takovém případě mluvíme o tzv. integrované výuce. Ta je chápána jako „spojení (syntéza) učiva jednotlivých učebních předmětů v jeden celek, při které se uplatňují mezipředmětové vztahy“ (Podroužek 2002, s. 11).

Jedním z možných řešení by bylo například jednou za rok spojit vyučovací hodinu matematiky a zeměpisu a zaměřit tuto hodinu na téma, které se prolíná do obou předmětů. Na nižším stupni gymnázií by se mohlo jednat o dvouhodinu věnovanou po kartografické stránce měřítku mapy a glóbu a po matematické stránce poměru. Na vyšším stupni gymnázií by mohlo jít zase o propojení základů statistiky a metod tematických map, kdy by žáci dostali za úkol určitým způsobem zpracovat statistický soubor dat a vhodnou kartografickou metodou vyjádřit požadovanou charakteristiku v tematické mapě.

Dalším způsobem, kdy by došlo k propojení kartografie a matematiky, je terénní vyučování. Žáci by dostali k dispozici topografickou mapu. Z té by získávali informace o terénu a prováděli na ní měření a výpočty. Možností uplatnění matematiky by bylo v tomto případě hned několik – měření délek a ploch na mapě a přepočet jejich velikosti do velikosti skutečné, určení pochodových úhlů, odhadnutí skutečné vzdálenosti na základě výpočtu sklonu svahu atd.

Zavést integrovanou výuku do běžných hodin není jednoduché. Záleží především na učitelích, kteří musí být ochotni se seznámit i s učivem jiných předmětů a hlouběji prostudovávat možnosti jejich vzájemné integrace. Ovšem takto pojatá výuka je „přínosem pro žáky i učitele a vede k posílení prestiže zeměpisu jako vyučovacího předmětu“ (Kühnlová 1999, s. 92).

Dle mého názoru vazby mezi kartografií a matematikou oboustranně obohacují předměty zeměpis a matematika a mělo by jim být věnováno na školách více prostoru. Problematika matematických aplikací ve výuce kartografie mě velice zaujala. Ráda bych se tomuto tématu podrobněji věnovala v diplomové práci, kde bych rozpracovala zbývající kapitoly z kartografie, v nichž dochází k propojení s matematikou. Zajímavé by bylo také sledovat vazby kartografie a matematiky v zahraničních učebnicích či pomocí šetření zjistit, jaká je praxe výuky tohoto mezipředmětového vztahu na českých školách. Velice přínosné pro výuku kartografie na středních školách by mohlo být i vytvoření webové aplikace se základní teorií a sbírkou příkladů, která by byla volně přístupná učitelům, jejich žákům a všem dalším zájemcům o kartografii.

Seznam použité literatury a pramenů

Publikace a články

BIČÍK, I., JÁNSKÝ, B. a kol. (2001): Příroda a lidé Země: učebnice zeměpisu pro střední školy. ČGS, Praha, 136 s.

BLÁHA, J., HUDEČEK, T. (2008): O legendě (nejen) tematických map. Geografické rozhledy, 17, č. 2, s. 10 - 11.

BLÁHA, J., HUDEČEK, T. (2008): O měřítku na mapách. Geografické rozhledy, 17, č. 4, s. 10 - 11.

ČAPEK, R. (1992): Geografická kartografie. Praha, SPN, 373 s.

DEMEK, J., VOŽENÍLEK, V., VYSOUDIL, M. (1997): Geografie pro střední školy I - Fyzickogeografická část. SPN, Praha, s. 21 – 34.

DRÁPELA, M. a kol. (2005): Dějiny kartografie – multimediální učebnice [online]. Geografický ústav Přírodovědecké fakulty MU v Brně, Brno. [cit. 11. 5. 2010]. Dostupné z WWW: <http://www.geogr.muni.cz/ucebnice/dejiny/index.php>.

ENGEL, Z. (2006): Zeměpisné souřadné systémy. Geografické rozhledy, 15, č. 2, s. 2 – 3.

GARDAVSKÝ, V. (1985): Zeměpis pro 2. ročník gymnázií. SPN, Praha, 192 s.

HAVLÍČKOVÁ, M. (1994): Metody tematické kartografie. Diplomová práce. Katedra aplikované geoinformatiky a kartografie, Přírodovědecká fakulta UK v Praze, Praha, 104 s.

HOJOVEC, V. a kol. (1987): Kartografie. GKP, Praha, 660 s.

HYBÁŠEK, J. (1993): Topografická a tematická kartografie. Brno, Cerm, 84 s.

JANÁS, J. (1985): Mezipředmětové vztahy a jejich uplatňování ve fyzice a chemii na základní škole. Univerzita J. E. Purkyně v Brně, Brno, 88 s.

JANOUŠKOVÁ, E. (2008): Analýza učebnic zeměpisu. Disertační práce. Katedra pedagogiky, Pedagogická fakulta Masarykovy univerzity v Brně, Brno, 177 s.

JÁNSKÝ, B. a kol. (1997): Země – úvod do geografie. ČGS, Praha, 64 s.

KAŇOK, J. (1992): Kvantitativní metody v kartografii, díl 1. Grafické a kartografické metody. Ethics, Ostrava, 137 s.

KAŇOK, J. (1999): Tematická kartografie. Ostravská univerzita, Ostrava, 318 s.

KARAS, P., HANÁK L. (2006): Maturitní otázky ze zeměpisu. Tutor, Praha, 216 s.

KAŠPAROVSKÝ, K. (1999): Zeměpis I v kostce: pro střední školy. Fragment, Praha, 139 s.

KOŠÍKOVÁ, R. (2008): Postavení kartografie ve výuce zeměpisu na školách. Bakalářská práce. Katedra sociální geografie a regionálního rozvoje, Přírodovědecká fakulta UK v Praze, Praha, 45 s.

KÜHNLOVÁ, H. (1999): Kapitoly z didaktiky geografie. Karolinum, Praha, 145 s.

MIČIAN, L. (1984): Zeměpis pro 1. ročník gymnázií. SPN, Praha, 296 s.

MURDYCH, Z. (1988): Kartografie: dočasná vysokoškolská učebnice. Ministerstvo školství ČSR, Praha, 248 s.

ODVÁRKO, O., KADLEČEK, J. (2001): Matematika pro 7. ročník základní školy, 2. díl. Prometheus, Praha, 84 s.

PLCH, J. (1987): Mezipředmětové vztahy a specifika výchovně vzdělávacího procesu. SPN, Praha, 67 s.

PODROUŽEK, L. (2002): Integrovaná výuka na základní škole. Fraus, Plzeň, 96 s.

ROBINSON, A., H. a kol. (1995): Elements of cartography. Wiley, New York, 674 s.

SEMOTANOVÁ, E. (2003): Mapy obrazem prostoru, doby a společnosti. Geografické rozhledy, 12, č. 4, s. 92 - 93.

SMOLOVÁ, I. (2003): Zeměpis na dlani. Rubico, Olomouc, 124 s.

VEVERKA, B. (1995): Topografická a tematická kartografie. Vydavatelství ČVUT, Praha, 202 s.

VOŽENÍLEK, V. (2001): Aplikovaná kartografie I – tematické mapy. Vydavatelství Univerzity Palackého v Olomouci, Olomouc, 187 s.

ZMRZLÍK, J. (2008): Kartografie aneb mapy kolem nás. Geografické rozhledy, 17, č. 3, s. 10 - 11.

Dokumenty

Bílá kniha. VÚP Praha 2001, 90 s.

Katalog požadavků zkoušek společné části maturitní zkoušky ze zkušebního předmětu zeměpis. MŠMT ČR. Praha 2008, 20 s.

Rámcový vzdělávací program pro gymnázia. VÚP Praha 2007, 113 s.

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání. VÚP Praha 2007, 124 s.

Školní atlas Evropy. Kartografie, Praha 2004, 48 s.

Úplné znění školského zákona. MŠMT ČR. Praha 2008, 80 s.

Internetové zdroje

http://clanky.rvp.cz

http://geoportal.cenia.cz

http://kmen.uhk.cz/kmen

http://mathist.sweb.cz

http://www.czso.cz

http://www.jednotky.cz

http://www.mapy.cz

http://www.wikipedia.cz

http://zemepis.com